Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2014/15

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 3** **27.10.2014**

Aufgabe 1: Aktienanleihe auf die Aktie der Deutschen Telekom 4 Punkte

Analysieren Sie die Aktienanleihe Protect auf die Telekomaktie(siehe beigefügten Verkaufsprospekt)

Folgende Punkte können Sie dabei untersuchen:

- Bestimmung der Auszahlungsfunktion sowie deren graphische Darstellung,
- Analyse der Risiken.
- Geben Sie eine sinnvolle Zerlegung dieses strukturierten Zertifikates in seine Bestandteile an. Anders ausgedrückt: Wie kann die Auszahlung durch ein geeignetes Portfolio von Derivaten repliziert werden?
- Wie können Sie dies zu einer Bewertung der Aktienanleihe benutzen?

Aufgabe 2: Mertonscher Firmenwertansatz 4 Punkte

Zur Berechnung der Kreditausfallwahrscheinlichkeit einer Unternehmensanleihe hat Merton einen optionspreistheoretischen Ansatz entwickelt. Hierzu wird der Firmenwert des betreffenden Unternehmens heute und am Ende des betrachteten Zeitintervalls $[0, T]$ ermittelt. Die so erhaltenen Werte bezeichnen wir mit V_0 und V_T. Wie üblich kann der Firmenwert in Eigenkapital und Fremdkapital aufgespalten werden. Wir erhalten

$$V_0 = E_0 + D_0 \quad , \quad V_T = E_T + D_T,$$

wobei mit E das jeweilige Eigen- und mit D das Fremdkapital bezeichnet wird. Weiter nehmen wir an, dass alle Verbindlichkeiten F der Firma in T fällig werden, also $D_T = F$ gilt. Der Wert D_0 kann als Anfangspreis aufgefasst werden, den ein Gläubiger bereit ist, heute zu zahlen, um am Ende aus dem Firmenvermögen die Forderungen F zu begleichen. Das Unternehmen wird insolvent, wenn zum Zeitpunkt T die Verbindlichkeiten F nicht durch den Firmenwert gedeckt sind.

1. Gläubigersicht:
   Überlegen Sie sich, wie der Gläubiger der Firma mittels einer Option auf den Firmenwert eine nichtausfallgefährdete Anleihe replizieren kann. Damit kann er dann den Preis D_0 der Unternehmensanleihe berechnen.
2. Sicht der Eigenkapitalgeber:
   Überlegen Sie sich, wieso das Anfangseigenkapital E_0 mit dem Preis einer geeigneten Option auf den Firmenwert übereinstimmt.

Aufgabe 3: Swaprate 4 Punkte

Sie finanzieren N Euro über 3 Jahre mit einem Festzinskredit, wobei jährlich nachschüssig Zinsen mit dem Satz R gezahlt werden. Der Marktzins für das erste Jahr steht heute fest und betrage $r = 0.05$. Wir nehmen an, dass der jeweilige Marktzins der Folgejahre sich zufällig mit gleicher Wahrscheinlichkeit um den Faktor $c = 10/9$ bzw. $1/c$ erhöht bzw. erniedrigt und dass Anfangspreise von Nullkouponanleihe durch Mittelung über die jährlichen Diskontfaktoren sich ergeben.

Bestimmen Sie die Swaprate R, so dass also ohne Kosten der Festzinskredit in einen Floater getauscht werden kann.

Aufgabe 4: Todesfallversicherung mit degressivem Verlauf 4 Punkte

Sie betrachten eine Todesfallversicherung auf eine x jährige Person mit einer Laufzeit von n Jahren. Bei einem Todesfall im ersten Jahr wird eine Versicherungssumme M nachschüssig ausgezahlt. Diese wird in den Folgejahren degressiv um einen Faktor $c \in (0, 1)$ vermindert, etwa $c = 0.95$.

- Geben Sie ein mathematisches Modell dieser Versicherung an im Sinne der Vorlesung, wenn konstant jährlich vorschüssig Prämien während der Laufzeit bezahlt werden.
- Wann ist die Versicherung fair?

Abgabe: bis spätestens Dienstag den 04.11.2014 um 11.00 Uhr in Fach 143 (Torres) / 144 (Borrink)