Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2014/15

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 10** **16.12.2014**

Aufgabe 1: 4 Punkte

In einem Trinomialmodell über eine Periode mit Zinsrate $\rho > -1$ für die risikofreie Anlage, in der eine Aktie mit Anfangspreis $S(0)$ die möglichen Endzustände $dS(0), mS(0), uS(0)$ annehmen kann, betrachten wir den Fall

$$S(0) = 5, \rho = \frac{1}{6}, d = \frac{2}{3}, m = 1, u = \frac{4}{3}.$$

Bestimmen Sie den Kegel $\mathfrak{K}^*$ der zum Anfangskapital 0 upper hedgebaren Claims.

Bestimmen Sie für den Claim $C = (5, 2, 4)$ den upper und lower hedging Preis.

Aufgabe 2: 4 Punkte

In einem arbitragefreien Trinomialmodell entsprechend Aufgabe 1 mit $S(0) = 1$ betrachten wir eine Call Option zur Basis K mit $d \leq K < m$ und $d < 1 + \rho < m$. Zeigen Sie, dass die Menge der arbitragefreien Preise für den Call gegeben ist durch

$$\left(\frac{m-K}{m-d}(1 - \frac{d}{1+\rho}), \frac{u-K}{u-d}(1 - \frac{d}{1+\rho})\right).$$

Aufgabe 3: 4 Punkte

In einem CRR Modell mit Anfangsaktienkurs $S(0) = x$ sei für eine Funktion h und eine Laufzeit k

$$v(k, x) = \mathbb{E}(\frac{h(S(k))}{(1+\rho)^k})$$

gesetzt. Zeigen Sie

$$\mathbb{E}(\frac{h(S(N)}{(1+\rho)^N}|\mathfrak{F}_n) = (1+\rho)^{-n} v(N-n, S(n))$$

sowie

$$v(N, x) = \frac{1}{1+\rho}(v(N-1, xu)p + v(N-1, xd)(1-p)).$$

Wie können Sie dies benutzen, um numerisch den Anfangspreis eines Claims mit Auszahlung $C = h(S(N))$ zu bestimmen?

Aufgabe 4: 4 Punkte

Zeigen Sie, dass in einem arbitragefreien CRR Modell über N Perioden das äquivalente Martingalmaß eindeutig bestimmt ist.

Abgabe: bis spätestens Die 06.01.2015 11.00 Uhr im Fach Nr. 143 (Torres) bzw. 144 (Borrink)

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr