

Übungen

Abgabetermin: Freitag, 8.11.2013, 10 Uhr
THEMEN: Zufallsvariablen, Erwartungswert, Varianz

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Die Zufallsvariable X sei geometrisch verteilt mit Parameter p , d.h.

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$$

für $k \in \mathbb{N}, k \geq 1$.

Berechnen Sie den Erwartungswert von X .

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Zufallsvariable X sei poissonverteilt zum Parameter λ , d.h.

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

für $k \in \mathbb{N}_0$.

(1) Berechnen Sie den Erwartungswert von X .

(2) Berechnen Sie die Varianz von X .

Aufgabe 3 (4 Punkte)

X sei eine \mathbb{N}_0 -wertige Zufallsvariable. Zeigen Sie:

(1)

$$E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} P(X \geq k),$$

(2)

$$E(X^2) = \sum_{k=1}^{\infty} (2k - 1)P(X \geq k),$$

falls die angegebenen Erwartungswerte existieren.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Ein mit den Zahlen 1 bis 4 beschriftetes (fair)es Tetraeder wird zweimal geworfen. X_1 sei die Zahl, die beim ersten Wurf unten liegt und X_2 die Zahl, die beim zweiten Wurf unten liegt. Weiterhin sei $Y := \max(X_1, X_2)$.

- (1) Geben Sie einen passenden Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) sowie die Zufallsvariablen X_1 , X_2 und Y auf diesem Raum an.
- (2) Bestimmen Sie die Verteilung von Y .
- (3) Bestimmen Sie den Erwartungswert von Y .