Übungen
Abgabetermin: Freitag, 24.01.2014, 10 Uhr
THEMEN: Testtheorie

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Die Sollstärke der Rohrwände bei der Röhrenproduktion in einer Fabrik beträgt $\mu_0 = 2,00$ cm. Eine Stichprobe von 10 Rohren aus der Produktion einer Maschine liefert die Messwerte

$$2,12; 2,05; 1,95; 1,96; 2,15; 2,10; 2,01; 2,03; 2,17; 2,12.$$

Man nimmt an, dass die Rohrwandstärke einer $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$-Verteilung genügt.

(i) Schätzen Sie σ^2 erwartungstreu.

(ii) Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0,01$, ob die Maschine neu justiert werden muss, wenn die Maschine eine Produktionsvarianz von $\sigma^2 = 0,006$ cm^2 aufweist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Nach einem Unfall des Lieferwagens spricht ein Elektronikhändler mit dem Lieferanten ab, dass er einen erheblichen Preisnachlass auf die Ladung Energiesparleuchtmittel erhalten soll, wenn der Anteil p an defekten Leuchtmitteln 5% übersteigt. Vereinbarungsgemäß werden der Ladung 40 Energiesparleuchtmittel zufällig entnommen und geprüft; sind darunter mehr als 2 defekte Leuchtmittel, so wird der Preisnachlass gewährt. (Bemerkung: Selbstverständlich werden die Leuchtmittel ohne zurücklegen entnommen, da es sich aber um eine große Lieferung handelt, macht es für die Rechnung keinen wesentlichen Unterschied, ob mit oder ohne Zurücklegen gezogen wird.)

(i) Wir groß ist das Risiko des Lieferanten, den Preisnachlass gewähren zu müssen, obwohl nur 5% der Leuchtmittel defekt sind?

(ii) Wie groß ist das Risiko des Händlers, keinen Preisnachlass zu erhalten, obwohl 10% der Leuchtmittel defekt sind?

(iii) Wie würden Sie den Test wählen, damit der Händler höchstens mit der Wahrscheinlichkeit $0,05$ zu Unrecht einen Preisnachlass erhält?

(iv) Wie würden Sie den Test wählen, damit der Händler mit mindestens der Wahrscheinlichkeit $0,5$ den Preisnachlass erhält, wenn 10% der Energiesparleuchtmittel defekt sind?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Die Füllmenge von Mineralwasserflaschen einer Firma sei $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$-verteilt mit bekanntem $\mu = 1$. Sie sollen testen, ob die Varianz σ^2 größer als der kritische Wert $0,01$ ist. Konstruieren Sie einen Test für die Hypothese $H : \sigma^2 \leq 0,01$ gegen $K : \sigma^2 > 0,01$ zum Niveau $\alpha = 0,05$, wenn Sie 10 Flaschen testen.

Dargestellt sind die Werte $F_{\chi^2_r}(y) = x$ (z.b. $F_{\chi^2_1}(7,879) = 0.995$).

$\downarrow r, \rightarrow x$	$0,995$	$0,990$	$0,975$	$0,950$	$0,900$	$0,750$	$0,500$	$0,250$	$0,100$	$0,050$
1	$7,879$	$6,635$	$5,024$	$3,841$	$2,706$	$1,323$	$0,455$	$0,102$	$0,016$	$0,004$
2	$10,60$	$9,210$	$7,378$	$5,991$	$4,605$	$2,773$	$1,386$	$0,575$	$0,211$	$0,103$
3	$12,84$	$11,34$	$9,348$	$7,815$	$6,251$	$4,108$	$2,366$	$1,213$	$0,584$	$0,352$
4	$14,86$	$13,28$	$11,14$	$9,488$	$7,779$	$5,385$	$3,357$	$1,923$	$1,064$	$0,711$
5	$16,75$	$15,09$	$12,83$	$11,07$	$9,236$	$6,626$	$4,352$	$2,674$	$1,610$	$1,145$
6	$18,55$	$16,81$	$14,45$	$12,59$	$10,64$	$7,841$	$5,348$	$3,455$	$2,204$	$1,635$
7	$20,28$	$18,48$	$16,01$	$14,07$	$12,07$	$9,037$	$6,346$	$4,254$	$2,833$	$2,168$
8	$21,95$	$20,09$	$17,53$	$15,51$	$13,36$	$10,22$	$7,344$	$5,071$	$3,490$	$2,733$
9	$23,59$	$21,67$	$19,02$	$16,92$	$14,86$	$11,39$	$8,343$	$5,898$	$4,168$	$3,325$
10	$25,19$	$23,21$	$20,48$	$18,31$	$15,99$	$12,55$	$9,342$	$6,737$	$4,865$	$3,940$