

Übungen zur Finanzmathematik ¹

Abgabetermin: 28.01.2014 12.15 Uhr in Briefkasten 132
Bitte geben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Sei W Wiener-Prozess. Zeigen Sie, dass dann $(W_t^2 - t)_t$ und $(W_t^3 - 3tW_t)_t$ Martingale sind. Allgemeiner ist für jedes Polynom $p(x, t)$ welches $\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)p(x, t) = 0$ erfüllt der Prozess $(p(W_t, t))$ ein Martingal, aber dass müssen Sie hier nicht beweisen.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Berechnen Sie den Preis einer europäischen Put-Option im arbitragefreien Black-Scholes-Modell, ohne die Put-Call-Parität zu verwenden. Berechnen Sie ausserdem das Delta, Gamma, Theta, Lambda und Rho der Option sowie die korrespondierende Black-Scholes-Differentialgleichung.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Berechnen Sie das *Vanna* und das *Volga* von Put- und Calloption im BS-Modell, definiert durch $\frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial \sigma}$ bzw. $\frac{\partial^2 \pi}{\partial^2 \sigma^2}$ wobei π für den Preis der jeweiligen Option stehe.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Gegeben seien zwei arbitragefreie Black-Scholes-Modelle mit unterschiedlichen Zinsraten r_1 und r_2 , ansonsten aber gleichen Parametern, d.h. es ist $S_t^i := e^{\sigma W_t + (r_i - \frac{1}{2}\sigma^2)t}$. Untersuchen Sie, ob die Verteilungen $\mathbb{P}(S_t^1 \in \cdot)$ und $\mathbb{P}(S_t^2 \in \cdot)$ absolutstetig zueinander sind oder singular.

¹Die Übungsaufgaben sowie weitere Informationen zur Vorlesung finden sie auf der Internetseite:
<http://wwwmath.uni-muenster.de/statistik/lehre/WS1314/FiMa/>