Übungen zur Vorlesung Stochastische Analysis

Wintersemester 2012/13

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 13** **15.01.2013**

Aufgabe 1: 4 Punkte

Seien M ein L_2-Martingal mit stetigen Pfaden und $H \in L_2(\mu_M)$. Zeigen Sie, dass der stochastische Integralprozeß $H \cdot M$ in $\mathcal{H}_{2,c}$ enthalten ist.

Aufgabe 2: 4 Punkte

Für den Nachweis der Assoziativität ist in der Vorlesung die folgende Aussage ohne Beweis benutzt worden:

Für ein L_2-Martingal M, ein $K \in L_2(\mu_M)$ und $H \in \mathfrak{E}$ gilt

1. $H \in L_2(\mu_{K \cdot M})$,
2. $(HK) \cdot M = H \cdot (K \cdot M)$.

Dabei bezeichnet $\mathfrak{E}$ den Teilraum der elementar previsiblen Prozesse.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Geben Sie ein beschränktes Martingal an, dessen quadratischer Variationsprozeß unbeschränkt ist.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Zeigen Sie, dass der quadratische Variationsprozeß die folgenden Eigenschaften besitzt.

1. $< cM >= c^2 < M >$ für alle $c \in \mathbb{R}$ und L_2-Martingale M.
2. $< M + N > + < M - N >= 2(< M > + < N >)$ für alle L_2 Martingale M, N.

Folgern Sie hieraus, dass durch

$$< M, N >= \frac{1}{4}(< M + N > - < M - N >)$$

für alle L_2-Martingale M, N eine bilineare Abbildung definiert wird.

Abgabe: Die. 22.01.2013 bis spätestens 11.00 im Fach 54 (Torres), Fach 55 (Blank)