Übungen zur Vorlesung Stochastische Analysis

Wintersemester 2012/13

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 11** **17.12.2012**

Aufgabe 1: Halbringeigenschaft 4 Punkte

Zeigen Sie, dass die Menge der previsiblen Rechtecke einen Halbring bildet.

Aufgabe 2: 4 Punkte

Sie M ein L_2-Martingal mit cadlag Pfaden auf einem filtrierten Wahrscheinlichkeitsraum. Für $0 \leq s \leq t$ und $F_s \in \mathfrak{F}_s$ ist das Doleans-Maß definiert durch

$$\mu_M((s,t] \times F_s) = \mathbb{E}1_{F_s}(M_t^2 - M_s^2) = \mathbb{E}1_{F_s}(M_t - M_s)^2$$

und für $\{0\} \times F_0$ mit $F_0 \in \mathfrak{F}_0$ durch $\mu_M(\{0\} \times F_0) = 0$. Zeigen Sie, dass diese Mengenfunktion einen Inhalt auf dem Halbring der previsiblen Rechtecke definiert.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Gegeben seien ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum und Stopzeiten σ, τ mit $\sigma \leq \tau$, die nur endlich viele Werte annehmen können. Zeigen Sie, dass das stochastische Intervall $(\sigma, \tau]$ eine endliche Vereinigung von previsiblen Rechtecken ist.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Zeigen Sie, dass jeder previsible Prozeß auch progressiv meßbar ist.

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!

Abgabe: Die. 08.01.2012 bis spätestens 11.00 im Fach 54 (Torres), Fach 55 (Blank)