

Übungen zur Vorlesung Stochastische Analysis

Wintersemester 2012/13

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 02

15.10.2012

Aufgabe 1:

4 Punkte

Sei $(S_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ ein Random Walk in \mathbb{Z} , startend aus dem Nullpunkt, mit $\mathbb{P}(S_1 = 1) = p = 1 - \mathbb{P}(S_1 = -1)$. Bestimmen Sie $\mathbb{E}\tau$ für die Stopzeit

$$\tau = \inf\{n \in \mathbb{N}_0 : S_n = -k \text{ oder } S_n = l\}$$

mit $k, l \in \mathbb{N}$

Aufgabe 2:

4 Punkte

Seien σ, τ Stopzeiten bezüglich einer Filtration $(\mathfrak{F}_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$. Zeigen Sie

1. $\sigma + \tau, \sigma \wedge \tau, \sigma \vee \tau$ sind Stopzeiten,
2. Aus $\sigma \leq \tau$ folgt $\mathfrak{F}_\sigma \subset \mathfrak{F}_\tau$.

Aufgabe 3: Verdoppelungsstrategie beim Roulette

4 Punkte

Sie spielen Roulette und setzen 1 Euro auf Rot. Kommt Rot, beenden Sie das Spiel. Kommt Schwarz, verdoppeln Sie Ihren Einsatz und setzen wieder auf Rot. Dies führen Sie solange durch bis Rot tatsächlich kommt.

Formulieren Sie diese Strategie als Handelsstrategie und berechnen Sie den mittleren Gewinn dieser Strategie über N Perioden.

Aufgabe 4:

4 Punkte

Sei $(S_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ der Random-Walk aus Aufgabe 1 mit $p \geq \frac{1}{2}$. Berechnen Sie für die Stopzeit

$$\tau = \inf\{n \in \mathbb{N}_0 : S_n = b\}$$

mit $b \in \mathbb{N}$ die Laplacetransformierte der Verteilung von τ , i.e. $\mathbb{E}e^{-\lambda\tau}$ für alle $\lambda > 0$.

Abgabe: Die. 23.10.2011 bis spätestens 11.00 im Fach 54 (Torres), Fach 55 (Blank)