



Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Version 2.4
Januar 2007

Leitfaden zu den
Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Allgemeine Information

Um die hohe Qualität der von der Deutsche Börse AG berechneten Indizes sicherzustellen, wird die Zusammenstellung und Berechnung der Indizes auf Basis des vorliegenden Leitfadens mit größtmöglicher Sorgfalt durchgeführt.

Die Deutsche Börse AG gewährleistet hingegen nicht die fehlerfreie Berechnung der Indizes sowie der sonstigen für die Zusammenstellung und Berechnung der Indizes erforderlichen Kennziffern entsprechend dem vorliegenden Leitfaden. Sie übernimmt keine Haftung für direkte oder indirekte Schäden, die aus einer fehlerhaften Berechnung der Indizes oder der sonstigen Kennziffern entstehen.

Entscheidungen über die Art und Weise der Berechnung trifft die Deutsche Börse AG nach bestem Wissen und Gewissen. Die Deutsche Börse AG haftet nicht für Schäden die aus den vorgenannten Entscheidungen entstehen.

Die Indizes der Deutsche Börse AG sind keine Empfehlung zur Kapitalanlage oder einem sonstigen Investment. Insbesondere ist mit der Zusammenstellung und Berechnung der Indizes keine Empfehlung der Deutsche Börse AG zum Kauf oder Verkauf einzelner oder in einem Index zusammengefasster Wertpapiere verbunden.

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Seite 3

1	Schlüsselmerkmale	4
1.1	Konzept	4
1.1.1	Basis	4
1.1.2	Volatilitäts-Subindizes	5
1.1.3	VDAX und VDAX-NEW	5
1.2	Auswahl der Eingabedaten	5
1.3	Publikation	6
1.4	Historie	7
1.4.1	VDAX	7
1.4.2	VDAX-NEW	8
1.4.3	VDAX-NEW® Fixed Identifier Subindizes	8
1.5	Lizenzierung	9
2	VDAX®	10
2.1	Berechnungskonzept	10
2.2	Datengewinnung	12
2.3	Datenfilterung	12
2.4	Datenaufbereitung	13
2.5	Bestimmung der Forwards	14
2.5.1	Vorläufige Forwards	14
2.5.2	Endgültige Forwards	15
2.6	Berechnung der Volatilitäten einzelner Optionen	15
2.7	Bestimmung der Subindizes	15
2.8	Konstruktion des Volatilitätsindex	17
3	VDAX-NEW®	19
3.1	Berechnungskonzept	19
3.2	Datengewinnung	20
3.3	Datenfilterung	20
3.4	Datenaufbereitung	21
3.5	Beispielrechnung	22
3.5.1	Bestimmung der Forwards F_i und der Basispreise $K_{i,0}$	22
3.5.2	Bestimmung der Optionspreise $M(K_{i,j})$	23
3.5.3	Bestimmung der Subindizes	23
3.6	Konstruktion des Volatilitätsindex	24
3.7	Berechnung des Settlement-Index	24
4	Anhang	25
4.1	Stammdaten VDAX®	25
4.2	Stammdaten VDAX-NEW®	26
5	Der direkte Draht zur Deutschen Börse	27

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

1 Schlüsselmerkmale

1.1 Konzept

Volatilität ist ein Maß für die Unsicherheit an Märkten bzw. in einzelnen Basiswerten. Bei ihrer Bestimmung gibt es prinzipiell zwei verschiedene Ansätze. Man kann die historische Volatilität berechnen, bei der die Standardabweichung der Kurse eines bestimmten Wertpapiers über einen gegebenen Zeitraum gemessen wird, oder man fragt nach der aktuell in Optionspreisen enthaltenen Volatilität (implizite Volatilität), d.h. jener, die bei einem gegebenen Optionspreis von den beteiligten Marktteilnehmern angenommen wird.

Die Deutsche Börse berechnet Volatilitätsindizes zur Ermittlung der impliziten Volatilität nach zwei unterschiedlichen Modellen.

- 1) Der VDAX® misst die implizite Volatilität, d.h. die in den DAX®-Optionen implizierte, erwartete Preisschwankung des DAX-Index. Für die an der Eurex® handelbaren „at-the-money“-DAX-Optionen mit einer Laufzeit von bis zu zwei Jahren wird jeweils ein Subindex veröffentlicht. Laufzeitunabhängig, d.h. mit einer fixen Restlaufzeit von 45 Tagen, wird zusätzlich der VDAX-Index bestimmt. Sowohl VDAX selbst als auch die Volatilitäts-Subindizes werden einmal am Ende des Handelstages um 17:45 Uhr berechnet und verteilt.¹
- 2) Der VDAX-NEW® rechnet nach einem neueren Modell. Dieses Modell wurde von Goldman Sachs und der Deutschen Börse gemeinsam entwickelt. Es verwendet nicht mehr die impliziten Volatilitäten der DAX-Optionen am Geld, sondern die Wurzel der impliziten Varianzen bestimmt über die at- & out-of-the-money Optionen einer Laufzeit. Dieses Modell bietet große Vorteile, wenn es um die Schaffung, den Handel und die Absicherung von derivativen Produkten auf diesen Index geht. Der laufzeitunabhängige Hauptindex hat die feste Restlaufzeit von 30 Tagen. Auch beim VDAX-NEW und den Subindizes findet eine minütliche Aktualisierung statt.

1.1.1 Basis

DAX® umfasst die 30 größten und umsatzstärksten Unternehmen, deren operativer oder juristischer Sitz² in Deutschland ist oder deren Handelsschwerpunkt an der Frankfurter Wertpapierbörsen liegt. Der Handel in Aktien dieser Unternehmen macht über 80 Prozent der Börsenumsätze des deutschen Aktienhandels aus. Als Realtime-Index konzipiert, zeichnet DAX ein umfassendes und aktuelles Bild des deutschen Aktienmarktes.

Der Optionskontrakt auf diesen Index ist eines der umsatzstärksten Eurex® Produkte, der internationalen Terminbörsen, und gehört weltweit zu den meistgehandelten Indexoptionen. Für die VDAX® und die VDAX-NEW® Berechnung werden jeweils acht Fälligkeiten mit einer maximalen Laufzeit von zwei Jahren betrachtet.

¹ DAX®, Eurex®, VDAX®, VDAX-NEW®, REX® und Xetra® sind eingetragene Marken der Deutsche Börse AG.

² Der operative Sitz des Unternehmens ist definiert als teilweiser bzw. vollständiger Standort der Verwaltung. Das Unternehmen muss dies öffentlich festgelegt haben. Die Anforderung an den Handelschwerpunkt ist erfüllt, wenn mindestens 33 Prozent des aggregierten Umsatzes in jedem der letzten 3 Monate auf den Frankfurter Parkethandel und Xetra® entfallen.

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Wichtigste Risikokomponente bei der Preisbestimmung im Optionshandel ist die Volatilität. Hierbei gilt: Je größer die Volatilität eingeschätzt wird, desto höher ist der Optionspreis.

1.1.2 Volatilitäts-Subindizes

Neben den beiden laufzeitunabhängigen Indizes VDAX® und die VDAX-NEW® werden für beide Modelle Subindizes für jede Laufzeit der DAX®-Optionen von einem Monat bis hin zu zwei Jahren berechnet und verteilt. Für längerlaufende Optionen werden derzeit keine Subindizes angeboten.

Bei den VDAX-NEW-Subindizes ein breites Band von Optionen herangezogen, beim VDAX findet eine Beschränkung auf lediglich vier „at-the-money“-Optionen statt. Als Eingangsgrößen werden die jeweils im Eurex®-System verfügbaren Best-Bid und Best-Ask für diese Optionen verwendet.

1.1.3 VDAX und VDAX-NEW

Aus zwei Subindizes, welche die Restlaufzeit von 45 Tagen beim VDAX® bzw. 30 beim VDAX-NEW® umschließen, wird der Hauptindex mittels Interpolation bestimmt. Er ist somit unabhängig von der Laufzeit, d.h. er läuft nicht ab und eliminiert Effekte, die sich typischerweise kurz vor Laufzeitende in starken Volatilitätsschwankungen niederschlagen.

1.2 Auswahl der Eingabedaten

Während der Berechnungszeit von VDAX-NEW® und der Subindizes (9:15 bis 17:30 Uhr MEZ) werden jede Minute in Form eines Snapshots folgende Daten festgehalten:

- | | |
|---------|--|
| DAX® | - der DAX-Index berechnet auf Basis von Xetra®-Preisen |
| FDAX® | - die besten Geld- und Briefpreise der Futures-Kontrakte auf DAX (nur für VDAX® relevant) |
| ODAX® | - die besten Geld- und Briefpreise aller DAX-Optionen |
| EONIA | - Euro Overnight Index Average - der Overnight-Zinssatz |
| EURIBOR | - die Euro Interbank Offered Rates als Geldmarktzinssätze für 1, 2, ... 12 Monate
Diese werden einmal täglich (11:00 MEZ) von der Europäischen Bankenvereinigung berechnet. |
| REX® | - die Rendite des zweijährigen REX (berechnet aus Börsenkursen) als längerfristiger Zinssatz |

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Index Name	Periode	Code	ISIN
EONIA	1 Tag	EU1D	EU0009659945
EURIBOR 1 month	1 Monat	EU1M	EU0009659937
EURIBOR 2 months	2 Monate	EU2M	EU0009652841
EURIBOR 3 months	3 Monate	EU3M	EU0009652783
EURIBOR 4 months	4 Monate	EU4M	EU0009652858
EURIBOR 5 months	5 Monate	EU5M	EU0009652866
EURIBOR 6 months	6 Monate	EU6M	EU0009652791
EURIBOR 7 months	7 Monate	EU7M	EU0009652874
EURIBOR 8 months	8 Monate	EU8M	EU0009652882
EURIBOR 9 months	9 Monate	EU9M	EU0009652890
EURIBOR 10 months	10 Monate	EU10	EU0009652908
EURIBOR 11 months	11 Monate	EU11	EU0009652916
EURIBOR 12 months	12 Monate	EU12	EU0009652809
REX 2-YEAR (PRICE INDEX)	2 Jahre	REX2	DE0008469149

1.3 Publikation

VDAX-NEW® sowie die Volatilitäts-Subindizes werden an jedem Handelstag der Eurex® in der Zeit von 9:15 bis 17:30³ Uhr MEZ berechnet. VDAX® und die dazugehörigen Subindizes werden einmal am Ende des Handelstages um 17:45 Uhr MEZ berechnet.

Dabei beginnt die Berechnung eines Subindex jedoch erst dann, wenn alle benötigten Eingabedaten vorliegen. Welche dies sind, hängt von dem jeweiligen Berechnungsmodell ab und wird daher in den Kapiteln zur Kalkulation beschrieben (VDAX Kap.2 und VDAX-NEW Kap.3).

Mit der Verteilung der jeweiligen Hauptindizes wird begonnen, sobald zwei Subindizes vorliegen und somit eine Interpolation ermöglichen.

Der VDAX-NEW verwendet Vortagesdaten (Settlement Preise), solange keine Daten vom aktuellen Tag vorliegen.

Die Subindizes von VDAX und VDAX-NEW haben analog zu den DAX®-Optionen Verfallstermine. Diese sind direkt an den Kürzeln erkennbar und es ergibt sich eine Systematik von 120 Kürzeln und ISINs, von denen jeweils nur acht gleichzeitig benutzt werden (siehe Kapitel 4 für eine Übersicht aller ISINs und Kürzel).

³ VDAX-NEW und die dazugehörigen Subindizes wurden bis 20.Oktober 2006 bereits ab 8:50 berechnet.

1.4 Historie

Zu den Indizes der Deutschen Börse sind folgende Zeitreihen verfügbar:

1.4.1 VDAX

Index	Kürzel	ISIN	Tägliche Schlusskurse seit
VDAX	VDAX	DE0008467408	02.01.1992
VDAX-Subindex 1 (1 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 2 (2 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 3 (3 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 4 (6 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 5 (9 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	02.01. 1992
VDAX-Subindex 6 (12 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	18.03. 1996
VDAX-Subindex 7 (18 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	18.03. 1996
VDAX-Subindex 8 (24 M.)	VXmj	Kapitel 4.1	18.03. 1996

m steht für den Verfallsmonat (A=Jan, ... , L=Dez); j steht für das Verfallsjahr (0, ... ,9).

Seit dem 5. Dezember 1994 veröffentlicht die Deutsche Börse den einmal täglich berechneten DAX®-Volatilitätsindex VDAX®. Eine Historie täglicher Werte existiert für VDAX und seine Subindizes ab dem 2. Januar 1992. Langlaufende DAX-Optionen (12, 18 und 24 Monate) gibt es erst seit dem 18. März 1996. Deshalb wurden vor diesem Termin nur 5 Subindizes sowie VDAX selbst berechnet.

Bei der Aufnahme der Intraday-Berechnung⁴ aller Indizes am 2. Dezember 1997 wurde gleichzeitig auch das Berechnungsmodell modifiziert. Aus diesem Grund fand eine Neuberechnung der historischen Zeitreihen bis zu diesem Tag statt. Hierzu wurden für den FDAX® und den ODAX® die von der Eurex® festgelegten Settlement-Preise verwendet. Für den DAX-Index ging der jeweilige Schlusskurs des elektronischen Handels (IBIS bzw. Xetra®) ein. Als Zinssätze wurden das REUTERS-Tagesgeld, die LIBOR-Sätze (London Interbank Offered Rates) für 1 bis 12 Monate, sowie die Rendite des REX® für 2 Jahre herangezogen.

Seit Anfang 1999 werden statt der LIBOR-Daten (bzw. dem REUTERS-Tagesgeld) die EURIBOR-Sätze verwendet.

⁴ Seit 24.Juli 2006 werden VDAX und die dazugehörigen Subindizes einmal end of day berechnet.

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

1.4.2 VDAX-NEW

Index	Kürzel	ISIN	Tägliche Schlusskurse seit
VDAX-NEW	V1X	DE000A0DMX99	02.01.92
VDAX-NEW -Subindex 1 (1 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 2 (2 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 3 (3 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 4 (6 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 5 (9 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	02.01.92
VDAX-NEW-Subindex 6 (12 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	18.03.96
VDAX-NEW-Subindex 7 (18 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	18.03.96
VDAX-NEW-Subindex 8 (24 M.)	V1mj	Kapitel 4.2	18.03.96

m steht für den Verfallsmonat (A=Jan, ..., L=Dez); j steht für das Verfallsjahr (0, ..., 9).

Die fortlaufende Berechnung des VDAX-NEW® und seiner Subindizes begann am 18. April 2005. Historische Zeitreihen des Hauptindex und der ersten fünf Subindizes auf Basis der täglichen Settlement-Preise gehen zurück bis zum 2. Januar 1992. Langlaufende DAX®-Optionen (12, 18 und 24 Monate) und die entsprechenden VDAX-NEW – Subindizes gibt es erst seit dem 18. März 1996.

Als Zinssätze wurden das REUTERS-Tagesgeld, die LIBOR-Sätze für 1 bis 12 Monate, sowie die Rendite des REX® für 2 Jahre herangezogen.

Seit Anfang 1999 werden statt der LIBOR-Daten, bzw. dem Tagesgeld die EURIBOR-Sätze verwendet.

1.4.3 VDAX-NEW® Fixed Identifier Subindizes

Die Deutsche Börse berechnet zusätzlich seit 23. Oktober 2006 acht Subindizes mit einer festen ISIN. Im Unterschied zu den im Kapitel 1.4.2 aufgeführten Subindizes mit variabler ISIN-Zuordnung wird in diesem Verfahren die ISIN an die Laufzeit gebunden, d.h. die Optionen wechseln im Zeitablauf in einen Subindex mit entsprechender Laufzeit (siehe nachfolgende Tabelle).

**Leitfaden zu den
Volatilitätsindizes der Deutschen Börse**

Seite 9

Index	Kürzel	ISIN	Tägliche Schlusskurse seit
VDAX-NEW	V1X	DE000A0DMX99	02.01. 1992
VDAX-NEW-Subindex 1 (1 M.)	V4F1	DE000A0G83V9	23.10.2006
VDAX-NEW-Subindex 2 (2 M.)	V4F2	DE000A0G83W7	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 3 (3 M.)	V4F3	DE000A0G83X5	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 4 (6 M.)	V4F4	DE000A0G83Y3	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 5 (9 M.)	V4F5	DE000A0G83Z0	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 6 (12 M.)	V4F6	DE000A0G8300	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 7 (18 M.)	V4F7	DE000A0G8318	23.10. 2006
VDAX-NEW-Subindex 8 (24 M.)	V4F8	DE000A0G8326	23.10. 2006

1.5 Lizenzierung

Die Bezeichnungen der Indizes der Deutschen Börse sind eingetragene Marken der Deutsche Börse AG und als solche im In- und Ausland gegen unzulässige Verwendung geschützt. Die Deutsche Börse vergibt Lizenzen zur Nutzung ihrer Indizes als Underlying für derivative Instrumente an Börsen, Banken und Investmenthäuser. Der standardisierte Rahmenlizenzvertrag räumt dem Lizenznehmer das Recht zur Verwendung aller Indizes für beliebig viele Instrumente ein, das Lizenzentgelt richtet sich nach der tatsächlichen Nutzung. Anfragen zur Lizenzierung der Indizes sind an die Deutsche Börse zu richten. Die Kontaktadresse finden Sie auf der letzten Seite.

2 VDAX®

2.1 Berechnungskonzept

Nach dem Optionspreismodell von Black & Scholes (1973), bzw. genauer der von Black 1976 entwickelten Modifikation, bestimmt sich der theoretische Preis für eine europäische Standardoption wie folgt. (Der Unterschied zur ursprünglichen Version liegt in der Verwendung des Forward-Preises des Underlyings anstelle des Underlyings selbst):

$$(1) \quad C = e^{-r \cdot t} \cdot (F \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2))$$

$$(2) \quad P = e^{-r \cdot t} \cdot (K \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1))$$

mit:

$$(3) \quad d_1 = \frac{\ln(\frac{F}{K})}{s \cdot \sqrt{t}} + \frac{s \cdot \sqrt{t}}{2} \quad \text{und}$$

$$(4) \quad d_2 = d_1 - s \cdot \sqrt{t}$$

wobei:

C = Preis des Calls

P = Preis des Puts

K = Basispreis der Option

F = Forward-Preis des Underlying Index

t = Annualisierte Restlaufzeit

r = Risikoloser Zinssatz für die Laufzeit t bei stetiger Verzinsung

s = Volatilität der Option

$N(\dots)$ = Kumulierte Normalverteilung

**Leitfaden zu den
Volatilitätsindizes der Deutschen Börse**

Als Finanzierungsfaktor definieren wir die Größe R:

$$(5) \quad R = e^{r \cdot t}$$

Die Formeln (1) und (2) werden nun unter Benutzung folgender Normierungen umgeschrieben:

$$(6) \quad v = \frac{s \cdot \sqrt{t}}{2} \quad (\text{die normierte Volatilität})$$

$$(7) \quad c = \frac{C \cdot R}{\sqrt{F \cdot K}} \quad (\text{der normierte Call-Preis})$$

$$(8) \quad p = \frac{P \cdot R}{\sqrt{F \cdot K}} \quad (\text{der normierte Put-Preis})$$

$$(9) \quad f = \frac{F}{\sqrt{F \cdot K}} \quad (\text{der normierte Forward-Preis})$$

$$(10) \quad u = \ln(f) \quad (\text{der logarithmierte normierte Forward-Preis})$$

Für diese normierten Größen gelten folgende Optionspreisbeziehungen:

$$(11) \quad c = e^{+u}N\left(+\frac{u}{v} + v\right) - e^{-u}N\left(+\frac{u}{v} - v\right)$$

$$(12) \quad p = e^{-u}N\left(-\frac{u}{v} + v\right) - e^{+u}N\left(-\frac{u}{v} - v\right)$$

Mit Hilfe dieser Transformationen können nun die Call- und Put-Preise als Funktionen des Forward-Preises und der Volatilität ausgedrückt werden:

$$(13) \quad c = f(u, v)$$

$$(14) \quad p = g(u, v)$$

Des Weiteren macht die Transformation die Symmetrie zwischen Calls und Puts transparent. Unter der Spiegelung $u \rightarrow -u$ gehen die normierten Call- und Put-Preise ineinander über. Dies ist eine Folge der Symmetrie der Normalverteilung für Basiswertschwankungen, die dem Black-Modell zugrunde liegt. Unter Ausnutzung der Symmetrie führen wir einen allgemeinen Optionspreis σ ein:

$$(15) \quad \sigma(u, v) = f(u, v)$$

$$(16) \quad \sigma(u, v) = g(-u, v)$$

Die Optionspreisformel, die den Volatilitätsindizes zugrunde liegt, schreibt sich dann:

$$(17) \quad \sigma(u(t), v) = e^{+u(t)}N\left(+\frac{u(t)}{v} + v\right) - e^{-u(t)}N\left(+\frac{u(t)}{v} - v\right)$$

2.2 Datengewinnung

Für die Berechnung des VDAX® werden die Best-Bid und Best-Ask aller an der Eurex® notierten Options- und Future-Kontrakte auf DAX® aus dem Datenstrom des Eurex-Systems herausgelesen. Im Abstand von einer Minute wird hierzu ein Snapshot gemacht.

Zeitgleich werden der aus Xetra®-Preisen gerechnete DAX und die unter 1.2 angegebenen Zinssätze eingelesen.

2.3 Datenfilterung

Die Optionspreise werden einer Datenfilterung unterzogen. Dabei werden Optionen mit einseitigem Markt, d.h. lediglich einem Geld- oder einem Briefkurs ausgefiltert. Ebenso natürlich diejenigen Optionen, für die beides nicht vorliegt.

Ein weiterer Filter überprüft bei den noch übrig gebliebenen Optionen, ob die Spanne zwischen Bid und Ask nicht zu groß ist. Als Maß hierfür werden die an der Eurex® gültigen maximalen Quotierungsspannen für Market-Maker herangezogen. Demnach darf die maximale Spanne höchstens

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

10 Prozent des quotierten Geldkurses, mindestens jedoch 1,40 Punkte und höchstens 13,40 Punkte betragen.

Wird von der Eurex in ihrem System die Option „Fast Market“ eingestellt, die den Market-Makern an sehr turbulenten Handelstagen erlaubt, ihre vorgeschriebenen Quotierungsspannen zu verdoppeln, so ändern sich analog die hier angegebenen Spannen jeweils auf das Doppelte.

2.4 Datenaufbereitung

Für die Options- und Futures-Preise, die nicht aus gefiltert wurden, wird der Mittelkurs aus dem Best-Bid und Best-Ask gebildet. Also gilt in der weiteren Berechnung:

$$(18) \quad C_{ij} = \frac{C_{ij}^a + C_{ij}^b}{2}$$

$$(19) \quad P_{ij} = \frac{P_{ij}^a + P_{ij}^b}{2}$$

$$(20) \quad F_i = \frac{F_i^a + F_i^b}{2}$$

i steht hierbei für den Verfalltermin, j für den Basispreis, a für den Briefpreis (Ask) bzw. b für den Geldpreis (Bid).

Die Zinssätze, die zu den Fälligkeiten der Indexoptionen passen, werden mittels linearer Interpolation ermittelt. Die zwei nächstliegenden Zinssätze $r(T_k)$ und $r(T_{k+1})$ (z.B. EONIA und 1 Monats EURIBOR), deren Laufzeiten T_k und T_{k+1} die Laufzeit T_i der entsprechenden Option umschließen, werden interpoliert, um eine Näherungslösung für den bei der Indexberechnung zu verwendenden Zinssatz zu bestimmen.

$$(21) \quad r_i \equiv r(T_i) = \frac{T_{k+1} - T_i}{T_{k+1} - T_k} r(T_k) + \frac{T_i - T_k}{T_{k+1} - T_k} r(T_{k+1});$$

wobei

$$(22) \quad T_k \leq T_i < T_{k+1}$$

Unter Verwendung der Beziehung (5) errechnet sich der Finanzierungskostenfaktor R_i

2.5 Bestimmung der Forwards

2.5.1 Vorläufige Forwards

Im nächsten Schritt erfolgt die Bestimmung der Forward-Preise für den DAX®-Index mit den Restlaufzeiten der Optionen.

Wird zu einem ODAX®-Verfall ein DAX-Futures mit passender Restlaufzeit quotiert, so wird F_i , der Mittelkurs des Future, als (endgültiger) Forward-Preis verwendet.

Komplizierter ist der Fall, wenn kein Futures mit passender Laufzeit quotiert, es also keinen direkt an der Eurex® verfügbaren Forward-Preis zu einem ODAX-Verfall gibt. Dieser Fall tritt z. B. auf, wenn die ODAX-Serien nicht im März, Juni, September oder Dezember verfallen. Dann wird in zwei Schritten ein Forward-Preis errechnet:

Im ersten Schritt wird ein vorläufiger Forward-Preis F' durch lineare Interpolation der um die Laufzeit herum quotierten und nicht ausgefilterten Futures ermittelt. Dabei wird der DAX-Indexstand als Preis eines imaginären Futures mit der Restlaufzeit 0 betrachtet.

$$(23) \quad F'(T) = \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} F_i + \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} F_{i+1}$$

wobei

$$(24) \quad T_i \leq T \leq T_{i+1}$$

Kann die Interpolation nicht erfolgen, weil kein Futures mit längerer Restlaufzeit quotiert wurde, so wird der vorläufige Forward durch Extrapolation vom letzten verfügbaren Futures aus bestimmt:

$$(25) \quad F'(T) = F_i \cdot e^{r \cdot t}$$

F_i bezeichnet den Mittelwert des letzten Future, t die Laufzeit zwischen dem Verfalltermin dieses Futures und der Option und r den Forwardzins der Option, berechnet nach folgender Formel:

$$(26) \quad r = \frac{1 + r_o}{1 + r_F - r_o} - 1$$

wobei r_o der Zinssatz der Option und r_F der Zinssatz des Futures ist, beide wie zuvor in (21) bestimmt.

Der so bestimmte vorläufige Forward-Preis definiert den vorläufigen „at-the-money“-Punkt. Nur diejenigen Optionsserien j einer Fälligkeit, deren Basispreise nah am Forward-Preis liegen, werden im nächsten Berechnungsschritt berücksichtigt.

2.5.2 Endgültige Forwards

Für Fälligkeiten, deren Forward-Preis sich vorläufig durch Inter- bzw. Extrapolation ergeben hatte, wird nun in einem zweiten Schritt unter Ausnutzung der Put-Call-Parität der endgültige Forward-Preis aus den Optionspreisen bestimmt. Hierzu werden Paare von Call- und Put-Serien gleichen Basispreises gebildet.

Um den vorläufigen „at-the-money“-Punkt wird ein Fenster von 16 Optionen gelegt, also jeweils die Put- und Call-Optionen der vier Basispreise über und unter diesem Punkt. Sind in diesem Fenster keine zwei Paare zeitgleich quotiert, so wird kein endgültiger Forward-Preis bestimmt und somit kein aktueller Subindexwert berechnet, sondern lediglich der bestehende Subindex – wenn es bereits einen gab – fortgeschrieben. Sind es zwei oder mehr Paare, so werden alle gültigen Paare in der Formel (27) berücksichtigt.

Zweck der Beschränkung auf acht Basispreise an dieser Stelle ist es, Serien, die zu selten oder mit zu großen Geld-/Brief-Spannen quotieren, von der mittels Put-Call-Parität durchgeführten Forward-Berechnung auszuschließen.

$$(27) \quad F_i = \frac{1}{N} \sum_{\text{Paare } C,P} (C_{ij} - P_{ij}) R_i + K_j$$

Nachdem nun für jede Fälligkeit der Finanzierungskostenfaktor R_i und der Forward-Preis F_i feststehen, werden aus den bereinigten Preisen für Calls und Puts nach den Beziehungen (7), (8) und (15), (16) die allgemeinen, empirischen Optionspreise o_{ij} unter Verwendung der Basispreise K_j gebildet. Nach Definition (10) entstehen normierte Forward-Preise u_{ij} .

2.6 Berechnung der Volatilitäten einzelner Optionen

Sobald für eine Laufzeit der endgültige Forward vorliegt, werden für alle Optionen dieses Verfalls, die nicht ausgefiltert wurden, die einzelnen impliziten Volatilitäten berechnet. Da man das Black-Modell, bzw. die in (17) dargestellte Optionspreisformel nicht nach der Volatilität auflösen kann, ermittelt man die gesuchte Größe mit Hilfe eines Iterationsverfahrens.

Als Startwert für v , die normierte Volatilität, wird 0,015 genommen. Der hiermit aus (17) ermittelte theoretische normierte Optionspreis wird dem im Markt gegebenen Optionspreis gegenübergestellt. Durch das Gauß-Newton-Verfahren wird schrittweise eine neue normierte Volatilität v_i ermittelt, die als Startwert in dem jeweils nächsten Iterationsschritt verwendet wird. Bei Erreichen einer bestimmten vorgegebenen Genauigkeit, d.h. wenn sich v_i und v_{i+1} sich nur noch um $3 \cdot 10^{-6}$ unterscheiden, stoppt das Verfahren und liefert als Ergebnis die normierte, implizite Volatilität der Option, also jenen Wert, bei dem der hiermit theoretisch bestimmte Optionspreis mit dem im Markt gebildeten Optionspreis nahezu übereinstimmt.

2.7 Bestimmung der Subindizes

Zur Kalkulation eines Subindex V_i wird zunächst ein Fenster von acht Optionen bestimmt, diesmal um den mittels Put-Call-Parität ermittelten, endgültigen Forward bzw. den Future. Die impliziten

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Volatilitäten von jeweils vier Optionen werden gemäß des Abstands der Basispreise vom Wert des Forwards bzw. Futures gewichtet (28). Bei der Auswahl der vier benutzten Optionen wird verlangt, dass es sich um zwei Paare gleichen Basispreises handeln muss, und zwar ein Paar mit höherem, und ein Paar mit niedrigerem Basispreis als dem aktuell berechneten endgültigen Forward-Preis. Darüber hinaus wird das Kriterium Aktualität vor dem zweiten Kriterium Abstand zum Forward betrachtet: Liegen also z. B. aktuelle Volatilitäten für beide Paare oberhalb des Forward-Preises vor, so wird das Paar verwendet, das näher am „at-the-money“-Punkt liegt. Ist die Volatilität des weiter entfernten Paares die aktuellere Information, so wird diese verwendet.

Der Grund für dieses Vorgehen ist, dass normalerweise die Serien mit „runden“ Basispreisen liquider gehandelt werden und die Berechnung jeweils dann wieder auf diese Basispreise zugreift, wenn die evtl. näher am Forward liegenden Serien im Tagesverlauf nicht mehr quotiert werden.

Bei den Zinssätzen wird bis zu ihrer Aktualisierung mit den Vortageswerten gerechnet. Anders ist es beim FDAX® und ODAX®: Um hier Volatilitätsschwankungen zu vermeiden, die durch Änderungen des Indexniveaus von einem Tag zum anderen hervorgerufen werden, wird auf ein Fortschreiben von Vortageswerten verzichtet.

Zur Verteilung eines Subindex sind folgende Daten nötig: Der Wert eines Forwards für den DAX®-Index mit gleicher Laufzeit wie der Subindex; dieser Wert ergibt sich direkt aus den Preisen für den FDAX oder er wird theoretisch bestimmt. Um diesen Forward-Preis, der den „at-the-money“-Punkt kennzeichnet, müssen die vier Einzelvolatilitäten vorliegen, aus denen der Index berechnet wird. Hierbei wird keine Zeitgleichheit verlangt. Sobald für eine Option der Forward-Preis sowie Best-Bid und Best-Ask vorhanden sind und diese nicht ausgefiltert werden, kann die Volatilität bestimmt werden. Findet dann aufgrund der Datenlage in der darauf folgenden Berechnung keine Neukalkulation der Volatilität dieser Option statt, so wird der zuletzt berechnete Wert fortgeschrieben.

$$(28) \quad V_i = \frac{(K_h - F_i) \cdot (v_i^{\text{Put}} + v_i^{\text{Call}}) + (F_i - K_l) \cdot (v_h^{\text{Put}} + v_h^{\text{Call}})}{2(K_h - K_l)}$$

hierbei bedeutet:

V_i = Subindex i, d.h. normierte Volatilität der Laufzeit i

F_i = Forward-Preis, bzw. der Future-Preis der entsprechenden Laufzeit i

v = Volatilität einer einzelnen Option

K = Basispreis der Option

In Formel (28) geben h und l an, ob der höhere oder der tiefere Basispreis aus dem Fenster gemeint ist.

Wandert der Wert des endgültigen Forward von einer Berechnung zur nächsten über einen Basispreis hinweg und sind dort nicht die für die Berechnung des Subindex eigentlich benötigten Volatilitäten verfügbar, so findet eine Neuberechnung des Index trotzdem statt, sofern mindestens bei einem Paar der nun im neuen Fenster liegenden Basispreise beide Volatilitäten verfügbar sind. Gibt es auf der

anderen Seite zu einem Basispreis lediglich eine Volatilität, so wird diese auch als Schätzung für die fehlende vierte benutzt. Sind dort keine Volatilitäten verfügbar, so ergibt sich der Subindex als Mittelwert der beiden vorhandenen Volatilitäten. Auch hier gilt wieder die Regel, dass Aktualität der Information vor Nähe zum Forward-Preis berücksichtigt wird.

Mit Beziehung (6) kann ein Subindex – wie eine einzelne Volatilität auch – in der üblichen Form als annualisierte Größe σ angegeben werden.

Für die oben erwähnten Fälle, in denen die Berechnung eines aktuellen Subindex nicht möglich ist, wird der vorherige Subindexwert beibehalten.

2.8 Konstruktion des Volatilitätsindex

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Berechnung der Volatilitäts-Subindizes erläutert. Diese haben die Eigenschaft, dass sie keine konstante Restlaufzeit haben, und schließlich verfallen.

Ziel des VDAX®-Index ist die Konstruktion eines Volatilitätsindex über ein gleitendes Zeitintervall fixer Länge. Die dazu nötige Interpolationsprozedur wird aus folgenden Überlegungen abgeleitet:

Es gibt vier Zeitpunkte t (der Snapshot-Zeitpunkt), t_a , t_b und t_c und die beiden Restlaufzeiten T_i und T_{i+1} mit

$$t < t_a < t_b < t_c$$

t_a ist der Verfallzeitpunkt der Laufzeit i und t_c der Verfallzeitpunkt der Laufzeit $i+1$. t_b ist der angenommene "Verfallzeitpunkt" des Volatilitätsindex.

$$\text{Also gilt: } T_i = [t, t_a]$$

$$T = [t, t_b] \quad (= 45 \text{ Tage})$$

$$T_{i+1} = [t, t_c]$$

Die beiden Fälligkeiten sind aus den acht vorliegenden so ausgewählt, dass sie in ihren Restlaufzeiten gerade die feste Laufzeit T des Volatilitätsindex umschließen.

Die zugehörigen Subindizes V_i und V_{i+1} sind entstanden unter der Annahme, dass die Volatilität konstant ist und das Black-Modell zutrifft. Sind aber die Volatilitäten S_i und S_{i+1} nicht gleich und ist zum Beispiel S_{i+1} höher als S_i , so nehmen die Marktteilnehmer offenbar für den Zeitraum t_a bis t_c höhere durchschnittliche Preisschwankungen im DAX® an als im Zeitraum t bis t_a . Jener ist aber in T_{i+1} enthalten. Ohne das Vorliegen weiterer Information müssen Annahmen über das Ausmaß und den Zeitpunkt der Volatilität getroffen werden. Der Einfachheit halber wird eine abschnittsweise konstante Volatilität unterstellt, bei der der Volatilitätsprung gerade zum Zeitpunkt t_a auftritt.

Natürlich ist die statistische Verteilung für die DAX-Preisschwankungen in einem solchen Fall nicht mehr Gauß-förmig und damit ist das Black-Modell streng genommen nicht mehr der Problemstellung angemessen. Es ist aber Ziel der Volatilitätsindex-Konstruktion, trotzdem am Black-Modell festzuhalten.

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Unter den genannten Annahmen ist die Volatilität V über die Restlaufzeit T:

$$(29) \quad V = \sqrt{\frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} V_i^2 + \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} V_{i+1}^2}$$

Dieser Ansatz setzt zusätzlich voraus, dass die DAX-Preisschwankungen im Zeitraum $[t_a, t_c]$ von den Schwankungen in Zeitraum $[t, t_a]$ statistisch unabhängig sind und es deswegen sinnvoll ist, Einzelvarianzen zur Varianz der Gesamtverteilung aufzuaddieren.

Von der Form entspricht Gleichung (29) einer linearen Interpolation der Varianzen. Die interpolierte Volatilität V ist in der üblichen, annualisierten Form der zu konstruierende Volatilitätsindex VDAX.

$$(30) \quad S = \frac{2V}{\sqrt{T}}$$

Erst im Interpolationsschritt (29) muss die dem Problem angemessene Zeitskala eingebracht werden. Verwendung findet hier die Kalenderzeit.

Die Laufzeit T, die der Index überdeckt, soll einerseits möglichst kurz sein, weil erfahrungsgemäß die meiste Liquidität in den Handel mit kurzlaufenden Optionen drängt. Andererseits darf das nötige „Rollover“ der verschiedenen Fälligkeiten keine Extrapolation nötig machen. Die Wahl $T = 45$ Kalendertage vereinbart gerade beide Anforderungen.

Um möglichst früh während der Handelzeit schon einen VDAX verteilen zu können, findet die Interpolation jedoch nicht zwingend aus den beiden jeweils direkt die 45 Tage umschließenden Subindizes statt. Sobald also erstmals am Tag ein Subindex mit Restlaufzeit kleiner, und einer mit Restlaufzeit größer als 45 Tagen berechnet werden kann, startet auch die Verteilung von VDAX. Kommen dann später weitere Subindizes hinzu, die näher an T liegen, so gehen diese stattdessen in die Interpolation ein. Aufgrund der Zeitabstandsgewichtung in (29) werden Sprünge, die beim Übergang auf einen anderen Subindex auftreten können, minimiert.

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

3 VDAX-NEW®

3.1 Berechnungskonzept

Das VDAX-NEW®-Modell verfolgt das Ziel, reine Volatilität handelbar zu machen, d.h. den Index durch ein Portfolio nachbildungbar zu machen, welches nicht auf Preisschwankungen, sondern nur auf Veränderungen der Volatilität reagiert. Der Weg hierzu führt nicht direkt über Volatilitäten, sondern über Varianzen – also die quadrierten Volatilitäten. Ein wie nachfolgend beschrieben zusammengesetztes Portfolio aus DAX®-Optionen unterschiedlicher Basispreise mit einer bestimmten Gewichtung liefert die gewünschte Eigenschaft. Im Gegensatz zum „alten“ VDAX®-Modell fließen hier also nicht die impliziten Volatilitäten am „at-the-money“-Punkt ein, sondern die impliziten Varianzen der „at-the-money“ und „out-of-the-money“ Optionen einer Laufzeit.

Die Subindizes werden nach folgender Formel berechnet:

$$(31) \quad \text{VDAX - NEW}_i = 100 \cdot \sqrt{\sigma_i^2}$$

mit:

$$(32) \quad \sigma_i^2 = \frac{2}{T_i} \sum_j \frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} \cdot R_i \cdot M(K_{i,j}) - \frac{1}{T_i} \left(\frac{F_i}{K_{i,0}} - 1 \right)^2, \quad i=1,2,\dots,8$$

und:

T_i Zeit bis zum Verfall des i-ten ODAX®

F_i Forward-Wert abgeleitet aus den Preisen des i-ten ODAX, bei denen die absolute Differenz zwischen Call- und Put-Preisen (C und P) am kleinsten ist. Also:

$$(33) \quad F_i = K_{\min|C-P|} + R_i \cdot (C - P)$$

(Anm.: Wenn kein eindeutiges Minimum existiert, wird hier der Durchschnittswert der relevanten Forward-Preise verwendet.)

$K_{i,j}$ Basispreis der j-ten „out-of-the-money“-Option des i-ten ODAX-Verfalls beide in aufsteigender Reihenfolge

$\Delta K_{i,j}$ Intervall zwischen den Basispreisen bzw. das halbe Intervall zwischen dem nächsthöheren und dem nächstniedrigeren Basispreis. An den Rändern wird der einfache Abstand zwischen dem höchsten und dem zweithöchsten Basispreis (bzw. niedrigsten und zweitniedrigsten Basispreis) verwendet:

$$(34) \quad \Delta K_{i,j} = \frac{K_{i,j+1} - K_{i,j-1}}{2}$$

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Seite 20

$K_{i,0}$ Größter Basispreis unterhalb des Forward-Preises F_i

R_i Refinanzierungsfaktor des i-ten ODAX

$$(35) \quad R_i = e^{r_i \cdot T_i}$$

r_i Risikoloser Zins bis zum Verfall des i-ten ODAX

$M(K_{i,j})$ Preis der Option $K_{i,j}$ mit $K_{i,j} \neq K_{i,0}$

$M(K_{i,0})$ Durchschnitt aus Put- und Call-Preis am Basispreis $K_{i,0}$

Die Subindizes werden bis zwei Tage vor dem Verfall gerechnet. Der jeweils neue Subindex wird erstmals am zweiten Handelstag⁵ der zugehörigen DAX-Optionenserien verteilt.

Die einzelnen Schritte der Datengewinnung und –filterung sowie die Berechnung der eingehenden Faktoren werden in den nachfolgenden Abschnitten z.T. mit Beispielen erläutert.

3.2 Datengewinnung

Während der Berechnungszeit von 9:15 bis 17:30 Uhr MEZ werden die Best-Bid und Best-Ask aller an der Eurex® notierten Options-Kontrakte auf DAX® aus dem Eurex-Datenstrom herausgelesen. Im Abstand von einer Minute wird hierzu ein Snapshot erstellt.

Zeitgleich werden die unter 1.2 angegebenen Zinssätze eingelesen.

3.3 Datenfilterung

- a) Die Optionspreise werden einer Datenfilterung unterzogen. Zu diesem Zweck werden Optionen mit einseitigem Markt, d.h. nur Bid oder nur Ask verworfen. Gleiches gilt natürlich für Optionen, die weder Bid, noch Ask haben.
- b) Ein zusätzlicher Filter überprüft die verbleibenden Quotes, ob sie innerhalb der Spread-Vorgaben für Market Makers an der Eurex® liegen. Der maximale Spread bemisst sich am Bid gemäß folgender Tabelle:

Bid (Index Punkte)	Maximaler Spread
0 – 13,3	1,4
13,4 – 133,3	10 %
> 133,3	13,4

⁵ Der zweite Handelstag nach dem Verfallstag einer Optionsserie ist in der Regel ein Dienstag (Ausnahme: Feiertag).

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Beispiel: Bid = 45,32 und Ask = 54,3

Max. Spread: $45,32 \cdot 0,10 = 4,532 \Rightarrow$ Bid und Ask werden verworfen

Wenn die Eurex in Phasen sehr hektischen Handels entscheidet, die Option "Fast Market" zu aktivieren, erhöht sich der erlaubte maximale Spread für die Market Maker. Dies wird auch in der Berechnung des VDAX-NEW® beachtet, indem die Filterkriterien entsprechend angepasst werden.

3.4 Datenaufbereitung

a) Bestimmung der verwendeten Preise

Für die Options-Preise, die nicht aus gefiltert wurden, wird der Mittelkurs (Mid) aus Best-Bid und Best-Ask gebildet.

Die jeweils aktuellste der folgenden Informationen wird im Weiteren verwendet.

- Settlement-Preis (Vortag)
- Mid
- Letzter Handelspreis

Beispiel (Call-Optionen):

Basiswert	Settlement	Bid (Uhrzeit)	Ask (Uhrzeit)	Mid (Uhrzeit)	Letzter (Zeit)	Preis
4.000	383,30	--	--	--		383,30
4.050	333,40	--	--	--	383,5 (09:05)	383,50
4.100	283,50	287,1 (09:04)	290,0 (09:05)	288,55 (09:05)	--	288,55
4.150	233,70	237,2 (09:03)	240,2 (09:05)	239,70 (09:05)	237,2 (09:01)	239,70

b) Abschneiden der Flügel

Ein weiterer Filter stellt sicher, dass die verwendeten Preise (Settlement, Mid, letzter Preis) größer oder gleich einem Mindestwert von 0,5 Indexpunkten sind. Gibt es dabei mehrere Optionen unterschiedlicher Ausübungspreise, deren Mid-Preis genau auf der Grenze von 0,5 liegt, wird im folgenden nur der verwendet, der näher am at-the-money Punkt liegt. Durch diese Filterung wird sichergestellt, dass Optionen, die weit aus dem Geld sind und nur wenig Einfluss auf das Ergebnis der Berechnung haben, nicht betrachtet werden müssen.

c) Bestimmung der Zeit bis zum Verfall T_i

$$(36) \quad T_i = T_{\text{Settlement-Calculation}} / T_{\text{Jahr}}$$

$T_{\text{Settlement-Calculation}}$ = Sekunden zwischen Indexberechnung und Settlement

T_{Jahr} = Sekunden pro Jahr

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

Beispiel: Indexberechnung: 25.November 2004 um 11:00:00 Uhr MEZ

Verfallszeitpunkt ($i=1$): 17.Dezember 2004 um 13:00:00 Uhr MEZ

$$T_1 = \frac{1.908.000}{365 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24} = 0,0605022831$$

d) Bestimmung der risikolosen Zinssätze

Durch lineare Interpolation werden – analog zur VDAX®-Berechnung – Zinssätze ermittelt, deren Laufzeiten zu den ODAX®-Laufzeiten passen.

$$(37) \quad r_i \equiv r(T_i) = \frac{T_{k+1} - T_i}{T_{k+1} - T_k} r(T_k) + \frac{T_i - T_k}{T_{k+1} - T_k} r(T_{k+1}); \quad T_k \leq T_i < T_{k+1}$$

Beispiel: $r(T_k) = 2,05\% \quad (\text{EONIA})$

$r(T_{k+1}) = 2,18\% \quad (\text{EURIBOR, 1 Monat})$

$r(T_i) = 2,14\%$

e) Der Finanzierungskostenfaktor R_i ergibt sich gemäß der Gleichung (35)

Beispiel: $R_1 = e^{r \cdot t} = 1,001298$

3.5 Beispielrechnung

3.5.1 Bestimmung der Forwards F_i und der Basispreise $K_{i,0}$

Der Forward-Wert des i-ten Verfalls leitet sich ab aus den ODAX®-Preisen, bei denen die absolute Differenz zwischen Call- und Put-Preisen am kleinsten ist.

Für den Forward F_1 des 1.Verfalls ergibt sich somit:

$$F_i = K_{\min|C-P|} + R_i \cdot (\text{Call}_i - \text{Put}_i)$$

$$\begin{aligned} \text{Beispiel: } R_1 &= 1,001298 \\ K_{\min|C-P|} &= 4.150 \\ F_1 &= 4.151,401817 \end{aligned}$$

Gibt es mehrere Paare von Calls und Puts mit identischen Differenzen, wird für jeden der entsprechenden Basispreise ein Forward berechnet. $K_{i,0}$ wird entsprechend definiert als der nächst kleinere Basispreis unterhalb des einfachen Durchschnitts dieser Forwards.

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

3.5.2 Bestimmung der Optionspreise $M(K_{i,j})$

Der Preis $M(K_{i,j})$, der für die j-te „out-of-the-money“-Option des i-ten Verfalls verwendet wird, ergibt sich wie folgt:

$$M(K_{i,j}) = \begin{cases} \text{Put} & : K_{i,j} < K_{i,0} \\ \frac{\text{Put} + \text{Call}}{2} & : K_{i,j} = K_{i,0} \\ \text{Call} & : K_{i,j} > K_{i,0} \end{cases}$$

3.5.3 Bestimmung der Subindizes

$$\text{VDAX - NEW}_i = 100 \cdot \sqrt{\sigma_i^2}$$

$$\sigma_i^2 = \frac{2}{T_i} \sum_j \frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} \cdot R_i \cdot M(K_{i,j}) - \frac{1}{T_i} \left(\frac{F_i}{K_{i,0}} - 1 \right)^2$$

Exercise Price $K_{i,j}$	$\Delta K_{i,j}$	Call	Put	$ Call - Put $	$M(K_{i,j})$	$\frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} R_i M(K_{i,j})$
3.350	50	793,90	0,30	793,60	0,30	
3.400	50	734,70	0,60	734,10	0,60	0,0000025985
3.450	50	684,80	0,80	684,00	0,80	0,0000033649
3.500	50	635,00	0,90	634,10	0,90	0,0000036782
3.550	50	585,30	1,10	584,20	1,10	0,0000043698
3.600	50	535,60	1,20	534,40	1,20	0,0000046355
3.650	50	486,00	1,70	484,30	1,70	0,0000063883
3.700	50	436,60	1,80	434,80	1,80	0,0000065825
3.750	50	387,40	2,90	384,50	2,90	0,0000103242
3.800	50	355,00	2,90	352,10	2,90	0,0000100543
3.850	50	290,10	5,50	284,60	5,50	0,0000185765
3.900	50	249,00	6,40	242,60	6,40	0,0000210656
3.950	50	202,90	10,50	192,40	10,50	0,0000336913
4.000	50	165,70	15,20	150,50	15,20	0,0000475605
4.050	50	120,50	24,80	95,70	24,80	0,0000756946
4.100	50	90,00	38,70	51,30	38,70	0,0001152567
4.150	50	59,00	57,60	1,40	58,30	0,0001694710
4.200	50	36,20	85,00	48,80	36,20	0,0001027385
4.250	50	20,30	130,00	109,70	20,30	0,0000562654
4.300	50	11,10	174,80	163,70	11,10	0,0000300545
4.350	50	6,00	212,75	206,75	6,00	0,0000158743
4.400	75	3,00	267,50	264,50	3,00	0,0000116367
4.500	100	1,20	365,60	364,40	1,20	0,0000059335
4.600	100	0,40	497,70	497,30	0,40	
					Σ	0,0007558154

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

$$\sigma_i^2 = 0,024984689 - 0,000001886 = 0,024986576$$

$$VDAX\text{-NEW}_1 = 100 \cdot \sqrt{0,024986576} = 15,8071$$

3.6 Konstruktion des Volatilitätsindex

Neben den Subindizes für die einzelnen Laufzeiten wird als laufzeitunabhängiger Hauptindex VDAX-NEW® mit einer konstanten Restlaufzeit von 30 Tagen bestimmt. Seine Berechnung entspricht dem Vorgehen bei der VDAX®-Ermittlung. Aus den jeweils die 30 Tage umschließenden Subindizes wird mittels Interpolation der Wert des VDAX-NEW ermittelt. Wenn keine umgebenden Subindizes verfügbar sind, findet die VDAX-NEW-Berechnung durch eine Extrapolation statt, bei der die beiden nächsten verfügbaren Indizes verwendet werden, die möglichst nahe an der Laufzeit von 30 Kalendertagen liegen.

$$\begin{aligned} VDAX\text{-NEW} &= 100 \cdot \sqrt{\left[T_i \cdot \sigma_i^2 \cdot \left[\frac{N_{T_{i+1}} - N_T}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] + T_{i+1} \cdot \sigma_{i+1}^2 \cdot \left[\frac{N_T - N_{T_i}}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] \right]} \cdot \frac{N_{365}}{N_T} \\ &= \sqrt{\left[T_i \cdot VDAX\text{-NEW}_i^2 \cdot \left[\frac{N_{T_{i+1}} - N_T}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] + T_{i+1} \cdot VDAX\text{-NEW}_{i+1}^2 \cdot \left[\frac{N_T - N_{T_i}}{N_{T_{i+1}} - N_{T_i}} \right] \right]} \cdot \frac{N_{365}}{N_T} \end{aligned}$$

N_{T_i} = Zeit bis zur Fälligkeit des i-ten ODAX®

$N_{T_{i+1}}$ = Zeit bis zur Fälligkeit des i+1-sten ODAX

N_T = Zeit für die folgenden x Tage

N_{365} = Zeit für ein Standardjahr

3.7 Berechnung des Settlement-Index

Der Future Settlement-Preis für den VDAX-NEW® Index wird 30 Kalendertage vor Verfallstermin der für die Indexberechnung verwendeten Optionen auf den DAX® berechnet. Hierfür wird der Durchschnitt über alle Index-Ticks von VDAX-NEW im Zeitraum zwischen 12:30 und 13:00 Uhr gebildet.

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

4 Anhang

4.1 Stammdaten VDAX®

VX	200(5)	200(6)	200(7)	200(8)	200(9)	201(0)	201(1)	201(2)	201(3)	201(4)
Jan (A)	DE0009650291	DE0009650309	DE0009650218	DE0009650226	DE0009650234	DE0009650242	DE0009650259	DE0009650267	DE0009650275	DE0009650283
(B)	VXB5	VXB6	VXB7	VXB8	VXB9	VXB0	VXB1	VXB2	VXB3	VXB4
Mrz (C)	DE0009650499	DE0009650507	DE0009650416	DE0009650424	DE0009650432	DE0009650440	DE0009650457	DE0009650465	DE0009650473	DE0009650481
Apr (D)	DE0009650598	DE0009650606	DE0009650515	DE0009650523	DE0009650531	DE0009650549	DE0009650556	DE0009650564	DE0009650572	DE0009650580
Mai (E)	DE0009650697	DE0009650705	DE0009650614	DE0009650622	DE0009650630	DE0009650648	DE0009650655	DE0009650663	DE0009650671	DE0009650689
Jun (F)	VXD5	VXD6	VXD7	VXD8	VXD9	VXD0	VXD1	VXD2	VXD3	VXD4
Jul (G)	DE0009650895	DE0009650903	DE0009650812	DE0009650820	DE0009650838	DE0009650846	DE0009650853	DE0009650861	DE0009650879	DE0009650887
Aug (H)	DE0009650994	DE0009651000	DE0009650911	DE0009650929	DE0009650937	DE0009650945	DE0009650952	DE0009650960	DE0009650978	DE0009650986
Sep (I)	DE0009651091	DE0009651109	DE0009651018	DE0009651026	DE0009651034	DE0009651042	DE0009651059	DE0009651067	DE0009651075	DE0009651083
Okt (J)	DE0009651190	DE0009651208	DE0009651117	DE0009651125	DE0009651133	DE0009651141	DE0009651158	DE0009651166	DE0009651174	DE0009651182
Nov (K)	DE0009651299	DE0009651307	DE0009651216	DE0009651224	DE0009651232	DE0009651240	DE0009651257	DE0009651265	DE0009651273	DE0009651281
Dez (L)	DE0009651398	DE0009651406	DE0009651315	DE0009651323	DE0009651331	DE0009651349	DE0009651356	DE0009651364	DE0009651372	DE0009651380
	VXL5	VXL6	VXL7	VXL8	VXL9	VXL0	VXL1	VXL2	VXL3	VXL4

Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

4.2 Stammdaten VDAX-NEW®

V1	200(5)	200(6)	200(7)	200(8)	200(9)	201(0)	201(1)	201(2)	201(3)	201(4)
Jan	DE000A0DMZ22	DE000A0DM088	DE000A0DM058	DE000A0DM041	DE000A0DM1G1	DE000A0DMY7	DE000A0DMY07	DE000A0DMZC0	DE000A0DMZQ0	
(A)	V1A5	V1A6	V1A7	V1A8	V1A9	V1A0	V1A1	V1A2	V1A3	V1A4
Feb	DE000A0DMZ30	DE000A0DM055	DE000A0DM076	DE000A0DM058	DE000A0DM1H9	DE000A0DMYB5	DE000A0DMYPS	DE000A0DMY15	DE000A0DMZD8	DE000A0DMZR8
(B)	V1B5	V1B6	V1B7	V1B8	V1B9	V1B0	V1B1	V1B2	V1B3	V1B4
Mrz	DE000A0DMZ48	DE000A0DM053	DE000A0DM04	DE000A0DM066	DE000A0DM1J5	DE000A0DMYC3	DE000A0DMY03	DE000A0DMY23	DE000A0DMZE6	DE000A0DMZS6
(C)	V1C5	V1C6	V1C7	V1C8	V1C9	V1C0	V1C1	V1C2	V1C3	V1C4
Apr	DE000A0DMZ55	DE000A0DM0H1	DE000A0DM0V2	DE000A0DM074	DE000A0DM1K3	DE000A0DMYD1	DE000A0DMYR1	DE000A0DMY31	DE000A0DMZF3	DE000A0DMZT4
(D)	V1D5	V1D6	V1D7	V1D8	V1D9	V1D0	V1D1	V1D2	V1D3	V1D4
Mai	DE000A0DMZ63	DE000A0DM0J7	DE000A0DM0W0	DE000A0DM082	DE000A0DM1L1	DE000A0DMY9	DE000A0DMY9	DE000A0DMY49	DE000A0DMZG1	DE000A0DMZU2
(E)	V1E5	V1E6	V1E7	V1E8	V1E9	V1E0	V1E1	V1E2	V1E3	V1E4
Jun	DE000A0DMZ71	DE000A0DM0K5	DE000A0DM0X8	DE000A0DM090	DE000A0DM1M9	DE000A0DMYF6	DE000A0DMYT7	DE000A0DMY56	DE000A0DMZH9	DE000A0DMZV0
(F)	V1F5	V1F6	V1F7	V1F8	V1F9	V1F0	V1F1	V1F2	V1F3	V1F4
Jul	DE000A0DMZ89	DE000A0DM0L3	DE000A0DM0Y6	DE000A0DM1A4	DE000A0DM1N7	DE000A0DMY4	DE000A0DMYU5	DE000A0DMY64	DE000A0DMZJ5	DE000A0DMZW8
(G)	V1G5	V1G6	V1G7	V1G8	V1G9	V1G0	V1G1	V1G2	V1G3	V1G4
Aug	DE000A0DMZ97	DE000A0DM0M1	DE000A0DM0Z3	DE000A0DM1B2	DE000A0DM1P2	DE000A0DMYH2	DE000A0DMYV3	DE000A0DMY72	DE000A0DMZK3	DE000A0DMZX6
(H)	V1H5	V1H6	V1H7	V1H8	V1H9	V1H0	V1H1	V1H2	V1H3	V1H4
Sep	DE000A0DM0A6	DE000A0DM0N9	DE000A0DM009	DE000A0DM1C0	DE000A0DM100	DE000A0DMY8	DE000A0DMW1	DE000A0DMY80	DE000A0DMZL1	DE000A0DMZY4
(I)	V1I5	V1I6	V1I7	V1I8	V1I9	V1I0	V1I1	V1I2	V1I3	V1I4
Okt	DE000A0DM0B4	DE000A0DM0P4	DE000A0DM017	DE000A0DM1D8	DE000A0DM1R8	DE000A0DMYK6	DE000A0DMYX9	DE000A0DMY98	DE000A0DMZM9	DE000A0DMZZ1
(J)	V1J5	V1J6	V1J7	V1J8	V1J9	V1J0	V1J1	V1J2	V1J3	V1J4
Nov	DE000A0DM0C2	DE000A0DM002	DE000A0DM025	DE000A0DM1E6	DE000A0DM1S6	DE000A0DMY4	DE000A0DMY7	DE000A0DMZA4	DE000A0DMZN7	DE000A0DMZ06
(K)	V1K5	V1K6	V1K7	V1K8	V1K9	V1K0	V1K1	V1K2	V1K3	V1K4
Dez	DE000A0DM0D0	DE000A0DM0R0	DE000A0DM033	DE000A0DM1F3	DE000A0DM1T4	DE000A0DMY2	DE000A0DMZ4	DE000A0DMZB2	DE000A0DMZP2	DE000A0DMZ14
(L)	V1L5	V1L6	V1L7	V1L8	V1L9	V1L0	V1L1	V1L2	V1L3	V1L4

Leitfaden zu den
Volatilitätsindizes der Deutschen Börse

5 Der direkte Draht zur Deutschen Börse

§ Auskünfte zu Kursen und Indexkonzepten

Info Operations – Customer Service

Tel: 0 69-211-1 18 00

Fax: 0 69-211-1 45 01

E-Mail: customer.service@deutsche-boerse.com

§ Kurs- und Indexlizenzen

Market Data & Analytics

Tel: 0 69-211-1 28 66

Fax: 0 69-211-61 28 66

E-Mail: mda.issuer@deutsche-boerse.com

§ Publikationen

Publication Hotline

Tel: 0 69-211-1 15 10

Fax: 0 69-211-1 15 11

E-Mail: publication.hotline@deutsche-boerse.com

§ Internet

www.deutsche-boerse.com/mda

§ Postadresse

Deutsche Börse AG

60485 Frankfurt / Main