

Aufgabenblatt

Die Aufgaben sollen in **2er Gruppen** bearbeitet werden. Für jeden Aufgabenblock sollen Sie ein R Skript erstellen, das Sie als „Blocknr.Vorname1.Vorname2.R“ speichern, also z.B. „3.Bernd.Ute.R“ für das R Skript zum Block 3. Bitte Kennzeichnen Sie in ihren Skripten deutlich den Anfang einer neuen Aufgabe und eines neuen Aufgabenteils.

Abgabe: **30.03.2015 bis 19:00 Uhr** per Email.

1 Grundlagen

Aufgabe 1.1. (9 Prozent)

- (a) Berechnen Sie $\sin(8 \cdot 2^5 + 0.5 - \exp(\sqrt{\frac{2}{8}}))$ und weisen Sie das Ergebnis der Variablen **A** zu. Lassen Sie sich das Ergebnis ausgeben und speichern Sie den auf 2 Stellen gerundeten quadrierten Wert in der Variablen **B**.
- (b) Löschen Sie die Variable **A** und Überprüfen Sie mittels `ls()` und direkter Eingabe, ob die Variable **A** tatsächlich gelöscht wurde. Ist auch **B** gelöscht worden?

Aufgabe 1.2. (9 Prozent)

- (a) Informieren Sie sich über die Funktion `log`, indem Sie die entsprechende Hilfeseite aufrufen. Was berechnet die Funktion? Welche Argumente besitzt die Funktion? Gibt es ein optionales Argument und wenn ja, welchen Standardwert besitzt es?
- (b) Führen Sie die Eingaben `7%%4`, `8%%4` und `9%%4` im Befehlsmodus aus und versuchen Sie zu erraten, was der Operator `%%` berechnet (bei Nichtgelingen kann natürlich die Hilfsfunktion benutzt werden).

Aufgabe 1.3. (9 Prozent)

In R stehen bereits einige Konstanten zur Verfügung, etwa die Kreiszahl π , dessen gerundeter Wert in der Variablen `pi` gespeichert ist. Die Variable `Inf` gibt den Wert “unendlich” an und die Variable `NaN` (not a number) steht für einen undefinierten Ausdruck

- (a) Lässt sich die Variable `pi` durch einen anderen Wert ersetzen? Wenn ja, was geschieht nach dem Löschen der (neuen) Variablen?
- (b) Lassen sich die Variablen `Inf` und `NaN` durch einen anderen Wert ersetzen? Untersuchen Sie die Arithmetik beider Variablen, indem Sie 10 interessante Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen beider Variablen (auch untereinander) durchführen. Welche Ergebnisse liefern die Operationen $\frac{0}{0}$ und $\frac{1}{0}$?

2 Vektoren

Aufgabe 2.1. (12 Prozent)

- (a) Geben Sie *jeweils* 2 wesentlich verschiedene Möglichkeiten an, wie man die Vektoren

$$\mathbf{v} = (\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{n \text{ mal}}) \quad \text{und} \quad \mathbf{w} = (3, 6, 9, \dots, 3n)$$

erzeugen kann und testen Sie dies für $n = 100$.

- (b) Wenden Sie den (natürlichen) Logarithmus auf die Einträge von \mathbf{w} an, runden Sie die Ergebnisse auf eine ganze Zahl und speichern Sie den entstandenen Vektor als Variable $\mathbf{w2}$. Gibt es Einträge in $\mathbf{w2}$ die ≥ 6 sind? Sind alle Einträge ≥ 2 ? Wieviele der Einträge sind gleich 5?

Aufgabe 2.2. (10 Prozent)

Die folgende Tabelle gibt die fünf bevölkerungsreichsten deutschen Städte (alphabetisch sortiert) und die Anzahl ihrer Einwohner (Stand 2010) an.

Berlin	Frankfurt	Hamburg	Köln	München
3.460.725	679.664	1.786.448	1.007.119	1.353.186

- (a) Weisen Sie einem Vektor `bev` die Bevölkerungszahlen zu. Erstellen Sie einen Vektor `n` mit den Namen der Städte und weisen Sie `bev` die entsprechenden Namen zu. Sortieren Sie anschließend `bev` absteigend.
- (b) Wieviele Einwohner besitzt München mehr als Frankfurt? Wieviele Einwohner wohnen insgesamt in den 5 Städten? Wie groß ist der prozentuale Anteil von Berlin und Hamburg (gemeinsam) daran? Um das Wievielfache ist Berlin größer als jede der vier anderen Städte? Runden Sie die Ergebnisse auf 2 Stellen nach dem Komma.

3 Datentabellen

Aufgabe 3.1. (12 Prozent)

Ein Ornithologe hat in den Rieselfeldern 20 Jungvögel seit dem Schlüpfen regelmäßig untersucht und Daten gesammelt. Die Daten finden Sie in der Datei `jungvoegel.csv` auf der Homepage (Längen in *mm*, Gewicht in *g*).

- (a) Lesen Sie die Datei ein und erstellen Sie daraus eine Datentabelle `voegel` mit den Werten. Überprüfen Sie anschließend mit Hilfe von `str(voegel)`, ob die Datenstruktur und Spaltennamen korrekt angegeben sind.
- (b) Bestimmen Sie für die Tiere den Quotienten aus Schnabellänge und Kopflänge. Bei wievielen Tieren ist dieser Quotient zwischen 2.3 und 2.2?
- (c) Erstellen Sie eine Teiltabelle mit den drei Vögeln, deren Fußlänge am stärksten von der mittleren Fußlänge abweichen.
Die Funktion `order` könnte hilfreich sein!
- (d) Erstellen Sie mit Hilfe der `split` Funktion eine Liste mit den beiden Teiltabellen der weiblichen und männlichen Tiere und bestimmen Sie jeweils das mittlere Gewicht.

Aufgabe 3.2. (12 Prozent)

In der Datei `8000.csv` finden Sie alle Berggipfel, deren Höhe mindestens 8000 Meter beträgt (alphabetisch sortiert). Zudem ist das zugehörige Gebirge angegeben, die Erstbesteigung des Berges, die Anzahl der Besteigungen und die Anzahl der Toten, die bei der Besteigung ums Leben kamen (Stand 2008).¹

- (a) Lesen Sie die Datei ein und erstellen Sie daraus eine Datentabelle `berge`. Weisen Sie anschließend passende Spaltennamen zu und sortieren Sie die Tabelle absteigend nach der Höhe der Gipfel.
- (b) Welcher 8000er wurde als letztes erklommen? Wieviele Tote gab es insgesamt? Wieviele im Mittel (pro Gipfel)?
- (c) Berechnen Sie die Sterberate jedes Gipfels und fügen Sie diese als zusätzliche Spalte in die Tabelle ein.
- (d) Wählen Sie mit Hilfe von `subset` die Berge aus, bei denen die Sterberate größer als 10% ist.

¹Quelle <https://secure.wikimedia.org/wikipedia/en/wiki/Eight-thousander>

4 Programmierung

Aufgabe 4.1. (12 Prozent)

- (a) Schreiben Sie zwei Funktionen `f.for(n)` und `f.vec(n)` die jeweils

$$\sum_{k=1}^n k^k$$

berechnen. `f.for` soll dabei eine for-Schleife benutzen und `f.vec` soll mit der Vektorarithmetik arbeiten.

- (b) Schreiben Sie eine Funktion `g(n)`, die die kleinste Zahl $m \in \mathbb{N}_0$ zurückgibt, für die

$$\sum_{j=1}^m \log(1+j) \geq n$$

gilt.

- (c) Schreiben Sie eine Funktion `h(n)`, die alle durch 3 teilbaren Fibonacci Zahlen $\leq n$ aufsummiert.

Aufgabe 4.2. (15 Prozent)

Eine *Vandermonde-Matrix* ist eine $n \times n$ Matrix der Gestalt

$$V(x) = V(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Ihre Determinante ist durch

$$\det(V(x)) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$$

gegeben.

- (a) Schreiben Sie eine Funktion `VM(x)`, die für einen Vektor `x` die zugehörige Vandermonde-Matrix $V(x)$ ausgibt.
- (b) Schreiben Sie eine Funktion `VM.det(x)`, die für einen Vektor `x` die Determinante der zugehörigen Vandermonde-Matrix $V(x)$ berechnet. Die in `R` eingebaute Funktion `det` dürfen Sie dabei selbstverständlich *nicht* nutzen.
- (c) Testen Sie die Funktion `VM.det`, indem Sie `VM.det(-3:3) - det(VM(-3:3))` berechnen. Wie kommt eine mögliche Abweichung zustande?
- (d) Schreiben Sie eine Funktion `Vander(x)`, die für einen Vektor `x` eine Liste zurückgibt, die die Matrix $V(x)$, deren Determinante und deren Spur enthält.