

Übungen zur Vorlesung Höhere Finanzmathematik

Sommersemester 2015

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 09

09.06.2015

Aufgabe 1:

6 Punkte

In einem stochastischen Volatilitätsmodell nach Heston hat unter dem äquivalenten Martingalmaß \mathbb{P}^* der Aktien- und Volatilitätsprozeß die Dynamik

$$\begin{aligned}dS(t) &= S(t)(r dt + \sqrt{Y_t} dW_1^*(t)) \quad , \\dY(t) &= a(b - Y(t))dt + \delta \sqrt{Y_t} dW_2^*(t)\end{aligned}$$

Für eine Calloption mit Basis K und Fälligkeit T ist in der Vorlesung gezeigt worden, dass der Anfangspreis die Gleichung

$$\mathbb{E}^* e^{-rt} (S(T) - K)^+ = S_0 \mathbb{P}_1^*(S(T) > K) - K e^{-rT} \mathbb{P}^*(S(T) > K)$$

erfüllt.

Führen Sie einen PDE Ansatz durch, der die Fouriertransformierte von $X_T = \log(S(T))$ bezüglich \mathbb{P}_1^* bestimmt.

Aufgabe 2:

Hull White Volatilitätsmodell

6 Punkte

Das stochastische Volatilitätsmodell nach Hull White hat bezüglich eines äquivalenten Martingalmaßes \mathbb{P}^* die Darstellung

$$\begin{aligned}dS(t) &= S(t)(r dt + Y_t dW_1(t)), \\dY_t &= Y_t(\mu dt + \delta dW_2(t))\end{aligned}\tag{1}$$

mit unabhängigen Wienerprozessen W_1, W_2 .

1. Lösen Sie die obige stochastische Differentialgleichung.
2. Wird \mathbb{P}^* als Bewertungsmaß gewählt, so versuchen Sie eine Formel für den Anfangspreis einer Calloption mit Laufzeit T und Basis K zu finden.
3. Formulieren Sie einen PDE Ansatz mit dem der Preis der Calloption berechnet werden kann.

Gehen Sie bei diesem Modell von einer konstanten Zinsrate $r > 0$ aus.

Abgabe: Die. 16.06.2015 bis spätestens 11.00 im Fach 145