

# Übungen zur Vorlesung Höhere Finanzmathematik

Sommersemester 2015

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 11

23.06.2015

## Aufgabe 1: Exchange Option

4 Punkte

In einem arbitragefreien short rate Modell betrachten wir zwei Bonds mit Fälligkeiten  $T_1, T_2$ . Die Exchange Option gibt dem Inhaber das Recht, den  $T_1$ -Bond gegen den mit Fälligkeit  $T_2$  zu tauschen zum Zeitpunkt  $T < \min\{T_1, T_2\}$ . Dies entspricht also einem Claim mit der Auszahlung

$$(B(T, T_1) - B(T, T_2))^+$$

zum Zeitpunkt  $T$ .

Geben Sie einen Ansatz zur Bewertung der Exchange Option an. Was für ein Preis ergibt sich im Vasicek Modell?

## Aufgabe 2: Hull White Modell

4 Punkte

In einem Hull White Modell wird für die short rate eine Dynamik der Form

$$dr(t) = b(a(t) - r(t))dt + \delta dW^*(t)$$

mit Anfangsrate  $r(0) = r_0 \in \mathbb{R}$  angenommen. Dabei sind  $b, \delta$  positive Konstanten und  $a$  eine stetige positive Koeffizientenfunktion.

1. Lösen Sie die obige stochastische Differentialgleichung. Welche Verteilung hat  $r(t)$  ?
2. Bestimmen Sie die partielle Differentialgleichung, die die Preisfunktion eines  $T$ -Bonds erfüllt.
3. Reduzieren Sie die partielle Differentialgleichung auf gewöhnliche Differentialgleichungen durch den Ansatz

$$B(t, T) = \exp(-h(t, T) - g(t, T)r(t))$$

und bestimmen Sie die Funktionen  $g, h$ .

**Abgabe:** Die. 30.06.2015 bis spätestens 11.00 im Fach 145