

Übungen zur Kern- und Teilchenphysik I (WS 11/12)

Prof. Dr. D. Frekers

Blatt Nr. 3

Ausgabe: 17. 11. 2011, Abgabe: 24. 11. 2011

16) Zerfallsketten

(10 P)

Wir betrachten eine radioaktive Zerfallskette Mutter (1) --> Tochter (2) --> Enkel (3) mit den Teilchenzahlen N_1, N_2, N_3 .

Die Muttersubstanz mit der Ausgangsmenge N_{10} zum Zeitpunkt $t = 0$ besitzt die Zerfallskonstante λ_1 , die Tochtersubstanz die Zerfallskonstante λ_2 . Die Substanz (3) ist stabil. Berechnen Sie $N_1(t), N_2(t)$ und $N_3(t)$. Es soll weiterhin gelten $N_{10} = N_1(t) + N_2(t) + N_3(t)$, d.h. insbesondere zum Zeitpunkt $t = 0$ sind $N_{2,3}(t=0) = 0$.

(HWZ: $t_{1/2} = \ln 2 / \lambda$ oder $\tau = 1 / \lambda$)

Diskutieren Sie anschließend die Fälle anhand einer grafischen Darstellung „Aktivität gegen Zeit“:

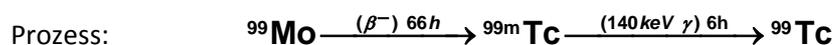
- a) $\tau_1 < \tau_2$
- b) $\tau_1 = \tau_2$
- c) $\tau_1 > \tau_2$
- d) $\tau_1 \gg \tau_2$
- e) $\tau_1 \gg t(\text{Messzeit}) \gg \tau_2$

Hinweis: es ist günstig, bei der Herleitung die Terme N_1, N_2 und N_3 so zu ordnen, dass sie jeweils auf der einen Seite der Gleichung erscheinen.

17) „Melk“-Prozess

(8 P)

In der Medizin wird häufig und regelmäßig radioaktives ^{99m}Tc eingesetzt (Beispiel, Schilddrüsen-Szintigraphie). Das ^{99m}Tc ist ein Isomer und zerfällt über eine 140 keV γ -Strahlung in den ^{99}Tc Grundzustand. Das Isomer hat eine HWZ von $t_{1/2} = 6\text{h}$ (der Grundzustand kann mit einer HWZ von $t_{1/2} = 2.11 \times 10^5 \text{yr}$ für diese Aufgabenstellung als stabil angesehen werden). Das ^{99m}Tc wird über einen so genannten „Melk“-Prozess aus ^{99}Mo gewonnen, welches seinerseits eine HWZ von $t_{1/2} = 66\text{h}$ besitzt und über eine Bestrahlung von stabilem ^{98}Mo mit Reaktor-Neutronen hergestellt wird ($^{98}\text{Mo} (n, \gamma) ^{99}\text{Mo}$). Das ^{99m}Tc ist über eine schnelle chemische Trennung (d.h. in einer im Rahmen der o.a. Zeiten vernachlässigbaren Zeit) besonders gut und rein separierbar. Bei jedem Separationsprozess („Melk“-Prozess) wird das ^{99m}Tc vollständig aus der „Melk“-Probe entfernt, um es anschließend Patienten direkt applizieren zu können.



Wir nehmen an, dass die ausgelieferte Ausgangsmenge an ^{99}Mo eine Aktivität von 200 MBq besitzt. Der „Melk“-Prozess wird nun solange fortgesetzt bis die ursprüngliche Ausgangsmenge an ^{99}Mo nur noch eine Restaktivität von 20 MBq besitzt. Wie viele ^{99m}Tc – Proben können hergestellt („abgemolken“) werden, wenn die letzte Probe noch eine

Aktivität von etwa 20 MBq besitzen soll? Der „Melk“-Prozess wird jeweils dann durchgeführt, wenn die Aktivitäten der beiden Substanzen sich im Gleichgewicht befinden. Wann müssen Sie eine neue „Melk“-Probe kaufen?

18) Signal-Rausch-Verhältnis (3P+1P)

Mit einer radioaktiven Quelle werden in 10 Minuten 3950 Pulse gezählt. Wenn die Quelle entfernt wird, beträgt die Untergrundzählrate 2650 Pulse in 30 Minuten. Bestimmen Sie die Netto-Zählrate (in Pulse pro Sekunde) und die statistische (1σ)-Unsicherheit. Was bedeutet statistisch gesehen eine (1σ)-Unsicherheit? (Text !)

19) Noch mal Altersbestimmung (3P)

In 100g eines uranhaltigen Minerals werden 0.06 cm^3 Helium (unter Normalbedingungen) gefunden. Der Urangehalt beträgt 3 ppm (Ggewichtsanteil). Wie alt ist das Mineral?

Hinweis: Von Bedeutung ist nur das ^{238}U mit einer HWZ für α -Zerfall von 4.5×10^9 yr. Von weiterer Bedeutung ist die Zerfallskette von ^{238}U , die Sie sich allerdings besorgen müssen (bitte in die Lösungen einarbeiten!!). Diskutieren Sie den Einfluss von ^{235}U auf Ihr Ergebnis (HWZ = 0.7×10^9 yr, heutiges Isotopenverhältnis: 99.3% ^{238}U , 0.7 % ^{235}U).

20) Verständnisfragen (9 P)

a. Definition der Aktivität !

$A = dN/dt$? oder $A = -\lambda N$? Was ist der Unterschied?

b. Was sind die Einheiten der Aktivität?

c. Wie misst man HWZ'n wenn

- i. $T_{1/2} > 1000$ yr
- ii. $T_{1/2} < 50$ yr
- iii. $T_{1/2} \sim 10^{-8}$ s
- iv. $T_{1/2} \sim 10^{-20}$ s

d. Geiger-Nutall'sche Regel (ankreuzen):

$$T_{1/2} \sim E_{\alpha} \quad \circ \quad \log T_{1/2} \sim E_{\alpha} \quad \circ$$

$$\log T_{1/2} \sim \sqrt{E_{\alpha}} \quad \circ \quad \log T_{1/2} \sim \frac{1}{\sqrt{E_{\alpha}}} \quad \circ$$

e. Warum ist der α -Zerfall als hadronische Reaktion so stark unterdrückt ?

f. Kann ein Stück Natururan eine Spaltungs-Kettenreaktion in Gang setzen?
Wenn ja, warum? Wenn nein, warum nicht?

g. Kann ein Stück ^{235}U eine Spaltungs-Kettenreaktion in Gang setzen?
Wenn ja, warum und unter welchen Bedingungen? Wenn nein, warum nicht?

h. Der (n,γ) Einfang-Wirkungsquerschnitt ist für kleine Neutronenenergien i.a. proportional zu:

i. Geben Sie eine Erklärung, warum der Neutronen-Einfangquerschnitt für die Reaktion $^4\text{He}(n,\gamma)^5\text{He}$ Null ist.