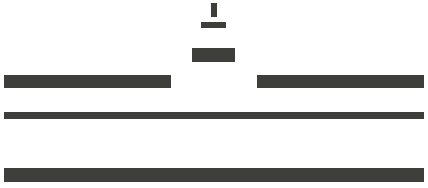


Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

Einführung in die Programmierung zur Numerik mit Python

Felix Schindler

wissen.leben
WWU Münster

25. September 2017

Kursinhalte

Montag:

- Organisatorisches
- Warum Python?
- Arbeiten mit der Shell
- Erste Python-Programme
- Anweisungen und Ausdrücke

Dienstag:

- Objekte und Methoden
- Grundlegende Datentypen
- Container-Datentypen
- Iteration über Container mit der `for`-Schleife

Kursinhalte (fortges.)

Mittwoch:

- Funktionen
- Module

Donnerstag:

- Effiziente numerische Algorithmen mit NumPy

Freitag:

- Kurze Einführung in `matplotlib`
- Ausblick auf weitere Sprach-Features
- Nützliche Python-Pakete

Tag 1

Organisatorisches

- Teilnamebescheinigung:

  Anwesenheit an allen Kurstagen.

- Logische Grundlagen und Programmierung (1-Fach Bachelor, PO 2014):

  Anwesenheit an allen Kurstagen & erfolgreiches Bearbeiten einer Hausaufgabe

- Pro Nachmittag ein Übungszettel
- Arbeit in Zweiergruppen
- Funktioniert der Login?
- Mittagspause

Programmieren in der Numerik - Ein Beispiel

Problem

Zu lösen ist auf einem beschränkten Gebiet $\Omega \in \mathbb{R}^2$ mit polygonalem Rand die Poisson-Gleichung für ein gegebenes beschränktes $f \in L^2(\Omega)$:

$$-\Delta u = f, \qquad u|_{\partial\Omega} \equiv 0$$

Schwache Formulierung

Wir multiplizieren die Gleichung mit einer Testfunktion $\varphi \in C_0^\infty(\Omega)$ und integrieren:

$$\int_\Omega -\Delta u \cdot \varphi \, d\mu = \int_\Omega f \cdot \varphi \, d\mu.$$

Angenommen u ist hinreichend regulär, dann liefert partielle Integration

$$b(u, \varphi) := \int_\Omega \nabla u \cdot \nabla \varphi \, d\mu = \int_\Omega f \cdot \varphi \, d\mu =: l(\varphi).$$

Aufgrund der **Poincaré-Unlgeichung** ist die Bilinearform b auf dem Hilbert-Raum $H_0^1(\Omega)$ uniform positiv definit, das lineare Funktional l aufgrund der Beschränkheit von f stetig.

Programmieren in der Numerik - Ein Beispiel

Schwache Formulierung (fortges.)

Mit dem **Rieszschen-Darstellungssatz** existiert daher eine **schwache Lösung** $u \in H_0^1(\Omega)$ mit

$$b(u, \varphi) = l(\varphi) \qquad \forall \varphi \in H_0^1(\Omega).$$

Finite-Elemente-Diskretisierung

1. Wähle ein geeignetes Dreiecksgitter $\mathcal{T}_h$, welches Ω überdeckt.
2. Wähle endlichdimensionalen Finite-Elemente-Raum $S_{0,h}^1 \subset H_0^1(\Omega)$ aus stückweise linearen Funktionen mit Nullrandwerten.

Da b auch auf $S_{0,h}^1$ ein Skalarprodukt definiert, existiert die eindeutige **Finite-Elemente-Lösung** $u_h \in S_{0,h}^1$ mit

$$b(u_h, \varphi_h) = l(\varphi_h) \qquad \forall \varphi \in S_{0,h}^1.$$

Laut dem **Céa-Lemma** ist u_h eine Quasi-Bestapproximation von u in $S_{0,h}^1$.

Programmieren in der Numerik - Ein Beispiel

Wie rechnet man das aus??

1. Wir müssen ein beliebig feines Gitter $\mathcal{T}_h$ mit sehr vielen Elementen und geeigneten Geometrie-Eigenschaften konstruieren.

2. Für eine Basis $\Phi := \{\varphi_1, \dots, \varphi_N\}$ von $S^1_{0,h}$, sodass $u_h = \sum_{i=1}^N u_i \varphi_i$, suchen wir die Unbekannten $u_i \in \mathbb{R}$ mit

$$\sum_{i=1}^{N} u_i b(\varphi_i, \varphi_j) = l(\varphi_j) \qquad \forall 1 \leq j \leq N.$$

   Wir müssen also die Matrix der Bilinearform b und den Vektor des Funktionals l bezüglich Φ berechnen. Dafür sind sehr viele Integrale zu bestimmen.

3. Wir müssen das resultierende lineare Gleichungssystem mit sehr vielen Unbekannten lösen (**Numerische Lineare Algebra**).

Warum Python?

Python ist

- eine frei verfügbare Programmiersprache für alle gängigen Betriebssysteme.
- eine moderne, ausdrucksstarke Sprache mit klaren Designprinzipien.
- leicht zu erlernen.
- Sprache der Wahl für zahlreiche Projekte in den Naturwissenschaften, Data Sciences und Machine Learning.
- universell einsetzbar mit über 100.000 verfügbaren Erweiterungspaketen.

Achtung: Python ist in den inkompatiblen Versionen 2 und 3 verbreitet. Wir lernen Python 3.

Die Shell

- Die Shell ist ein textbasiertes, Programm mit dem der Benutzer Dateioperationen ausführen und Programme starten kann.
- Unter grafischen Oberflächen wird zur Interaktion mit der Shell ein **Terminal**-Programm verwendet, welches sich um die Ein- und Ausgabe kümmert.
- Die gebräuchlichste Shell unter Linux/macOS ist die **bash**. Weitere Shells sind z.b. `zsh` und `fish`.

  Unter Windows stellt die **Eingabeaufforderung** (`command.com`) eine rudimentäre Shell zur Verfügung. Verbreitet ist zudem die `Powershell`.

Die Shell: Verzeichnisse

- Jede Datei hat unter Linux/macOS/Android/iOS einen eindeutigen **Pfad** der Form

  ```
  /Verzeichnis1/Verzeichnis2/.../VerzeichnisN/DateiName
  ```

  dabei entsprechen `Verzeichnis1`, `...`, `VerzeichnisN` bei einem grafischen Dateimanager ineinandergeschachtelten **Ordnern**.

- Groß- und Kleinschreibung ist relevant. `/foo` und `/Foo` sind verschiedene Pfade.

- Das Verzeichnis

  ```
  /
  ```

  wird als das Wurzelverzeichnis oder **Rootverzeichnis** bezeichnet.

- Der Befehl

  ```
  ls <Pfad>
  ```

  zeigt alle Dateien and, die im durch `Pfad` benannten Verzeichnis enthalten sind.

Die Shell: Arbeitsverzeichnis

- Es ist stets ein aktuelles **Arbeitsverzeichnis** gesetzt. Der Befehl

  ```
  pwd
  ```

  gibt dieses aus.

- Der Befehl

  ```
  ls
  ```

  zeigt die Dateien im Arbeitsverzeichnis an.

- Der Befehl

  ```
  cd <Pfad>
  ```

  wechselt das Arbeitsverzeichnis zu `Pfad`.

- Der Befehl

  ```
  cd
  ```

  setzt das Arbeitsverzeichnis auf das **Homeverzechnis** des Nutzers. Auf den Rechnern des Fachbereichs lautet dieses `/home/<ZIV_Nutzerkennung>`.

Die Shell: Relative Pfade

- Pfade der Form

  ```
  Verzeichnis1/Verzeichnis2/.../VerzeichnisN/DateiName
  ```

  sind relativ zum aktuellen Arbeitsverzeichnis. D.h., ist das Arbeitsverzeicnis

  ```
  /a/b/c
  ```

  so ist der Pfad

  ```
  d/e/f
  ```

  äquivalent zu

  ```
  /a/b/c/d/e/f
  ```

- An allen Stellen, an denen ein Pfad erwartet wird, kann auch ein relativer Pfad verwendet werden. Insbesondere gilt dies für Shell-Befehle wie `cd` oder `ls`.

Die Shell: Die wichtigsten Befehle

```
cd <Pfad>              # Setze Arbeitsverzeichnis auf <Pfad>.

ls <Pfad>              # Zeige Dateien in <Pfad> an.
ls -a <Pfad>           # Zeige auch mit . beginnende Dateien an.
ls -l <Pfad>           # Zeige zusätzliche Informationen an.

mkdir <Pfad>           # Erstelle Verzeichnis <Pfad>.
                       # (Übergeordnete Verzeichnisse müssen existieren.)
cp <PfadA> <PfadB>     # Erzeuge Kopie von Datei <PfadA> in <PfadB>.
                       # Falls <PfadB> Verzeichnis, erzeuge Kopie gleichen Namens
                       # in <PfadB>.
mv <PfadA> <PfadB>     # Wie cp, aber verschiebe die Datei.

rm <Pfad>              # Lösche Datei <Pfad>.
rmdir <Pfad>           # Lösche leeres Verzeichnis <Pfad>.
rm -r <Pfad>           # Lösche rekursiv Verzeichnis <Pfad> mit allen Dateien und
                       # Unterverzeichnissen.

cat <Pfad>             # Gebe Inhalt der Datei <Pfad> aus.
less <Pfad>            # Zeige Inhalt der Datei <Pfad> interaktiv an.
                       # Beenden mit der Taste "q".
```

Die Shell: Programme ausführen

- Alle Linux-Programme liegen ebenfalls als Dateien im Dateisystem. Sie können mit der Shell direkt ausgeführt werden, z.B.

  ```
  /usr/bin/kate <Pfad>
  ```

  öffnet die Datei `<Pfad>` mit dem Editor `kate`.

- Die Shell sucht automatisch in einigen Verzeichnissen, z.B. `/usr/bin`, nach Programmen. Daher können wir auch einfach

  ```
  kate <Pfad>
  ```

  schreiben.

- Durch Anhängen des `&`-Zeichens kann ein Programm als **Hintergrundjob** ausgeführt werden, während mit der Shell weitergearbeitet werden kann.

  ```
  kate <Pfad> &
  ```

Die Shell: Vorteile

- Shell-Befehle sind einfacher zu beschreiben als die Nutzung grafischer Anwendungen.
- Standardisiert (POSIX-Standard).
- Programmierbar.
- Komplexe Aufgaben leichter umsetzbar als mit grafischen Dateimanagern.
- Terminal-basierte Programme sind leichter zu programmieren als Anwendungen mit grafischer Benutzeroberfläche.

Die Shell: Setup

1. Legen Sie mit der Shell die folgende Verzeichnishierarchie an:

   `/u/<ZIV_Nutzerkennung>/PythonKurs/Tag1`

   - Nutzerkennung heraus finden: `whoami`
   - `cd /u/<ZIV_Nutzerkennung>`
   - `mkdir PythonKurs`
   - `cd PythonKurs`
   - `mkdir Tag1`

2. Richten Sie `kate` so ein, daß als Einrückungsmodus `Python` mit 4 Leerzeichen verwendet wird.

3. Fügen Sie der Datei `/home/<ZIV_Nutzerkennung>/.bashrc` am Ende die Zeile

   ```
   export PATH=$HOME/.local/bin:$PATH
   ```

   mit `kate` hinzu.

4. Starten Sie das Terminal neu.

Hallo Welt

1. Legen Sie die folgende Datei in `/u/<ZIV_Nutzerkennung>/PythonKurs/Tag1` an:
   - `cd /u/<ZIV_Nutzerkennung>/PythonKurs/Tag1`
   - `kate hello.py &`

hello.py

```
1 name = input('Ihr Name? ')
2 laenge = len(name)
3 if laenge == 0:
4     name = 'Namenloser'
5
6 print('Guten Tag, ' + name + '!')
7 print('Ihr Name ist ' + str(laenge) + ' Zeichen lang.')
```

2. Führen Sie das Programm mit dem Befehl

   ```
   python3 hello.py
   ```

   im Terminal aus.

3. Was passiert, wenn Sie `laenge` statt `str(laenge)` in Zeile 7 schreiben?

Hello Welt im visuellen Debugger

1. Installieren Sie den visuellen Debugger `pvdb`:

   ```
   pip3 install pvdb
   ```

2. Führen Sie das Programm mit `pvdb` aus:

   ```
   pvdb hello.py
   ```

Ein weiteres Beispiel

1. Führen Sie das folgende Programm aus (auch mit `pvdb`):

summe.py

```
1 n = int(input('n = '))
2 i = 1
3 summe = 0
4 while i < n + 1:
5     summe = summe + i
6     i = i + 1
7 print('Die Summe der Zahlen von 0 bis', n, 'ist', summe)
```

2. Berechnen Sie die gleiche Summe, indem Sie die Zählvariable `i` mit `i = n` initialisieren und dann rückwärts bis `1` zählen.

3. Berechnen Sie die Summe zusätzlich mit der Gaußformel

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

4. Berechnen Sie die Summe der ersten n Quadratzahlen.

FizzBuzz

Es soll für die Zahlen $1 \leq i \leq 100$ folgende Bildschirmausgabe gemacht werden:

- `'Fizz'`, falls i durch 3, jedoch nicht durch 5 teilbar ist,
- `'Buzz'`, falls i durch 5, jedoch nicht durch 3 teilbar ist,
- `'FizzBuzz'`, falls i durch 3 und 5 teilbar ist,
- `i` sonst.

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

fizzbuzz.py

```
1  i = 1
2  while i < 100 + 1:
3      if i % (3 * 5) == 0:    # '%' ist der 'modulo' Operator
4          print('FizzBuzz')
5      elif i % 3 == 0:
6          print('Fizz')
7      elif i % 5 == 0:
8          print('Buzz')
9      else:
10         print(i)
11     i = i + 1
```

FizzBuzz (fortges.)

2. Vervollständigen Sie folgende alternative Implementierung:

fizzbuzz2.py

```
1  i = 1
2  while i < 100 + 1:
3      treffer = False
4      if i % 3 == 0:
5          print('Fizz', end='')  # keine neue Zeile nach 'Fizz'
6          treffer = True
7      if i % 5 == 0:
8          ...
9      if not treffer:
10         ...
11     else:
12         print()  # neue Zeile
13     i = i + 1
```

3. Erweitern Sie das Programm, sodass zusätzlich *'Peng'* ausgegeben wird, falls *i* durch 7 teilbar ist.

Anatomie eines Python-Programms

Ein Python-Programm ist eine Aneinanderreihung von **Anweisungen**, *die nacheinander (von oben nach unten) abgearbeitet werden.*

Anweisungen enthalten **Ausdrücke**, *die zu* **Objekten** *evaluiert werden,* **Namen** *die auf Objekte verweisen, sowie* **Schlüsselwörter**, *die Anweisungen und Ausdrücke strukturieren.*

Beispiele:

- `if`, `else`, `elif`, `while` sind Schlüsselworte.
- `1 + 1`, `print('foo')`, `a % 3 == 0` sind Ausdrücke.
- Beispiele für Anweisungen sind

```
a = a + 1
```

oder

```
if a == 0:
    print('null')
else:
    print('nicht null')
```

Python-Anatomie: Zuweisung und Auswertung

Auswertungs-und-Zuweisungs-Anweisung

```
<Name> = <Ausdruck>
```

Auswertungs-Anweisung

```
<Ausdruck>
```

Beispiele:

```
a = 1 + 1           # Auswertung und Zuweisung an a
a + 1               # Auswertung (kein Effekt)
print('Foo')        # Auswertung ('Foo' wird ausgegeben)
a = print('Foo')    # Auswertung und Zuweisung
print(a)            # Auswertung ('None' wird ausgegeben)
```

Achtung: Anders als in der Mathematik kann die Auswertung von Ausdrücken *Nebeneffekte* haben (z.B. Ausgabe der Zeichenkette `Foo`).

Python-Anatomie: if-Anweisung

if-Anweisung

```
1 if <Ausdruck1>:
2     <Block1>
3 elif <Ausdruck2>:
4     <Block2>
5   ...
6 elif <AusdruckN>:
7     <BlockN>
8 else:
9     <Block0>
```

Ausführung:

1. Werte `Ausdruck1` aus. Wenn wahr, führe `Block1` aus. Ende der Anweisung.
2. Ansonsten, werte `Ausdruck2` aus. Wenn wahr, führe `Block2` aus. Ende der Anweisung.
3. usw.
4. Falls kein Ausdruck als wahr ausgewertet wird, führe `Block0` aus.

- Die `elif`- und `else`-Teile der Anweisung sind optional.

Python-Anatomie: if-Anweisung

- Ein *Block* ist eine Folge eingerückter Programmzeilen. Der Block endet bei der ersten nicht-leeren Programmzeile mit geringerer Einrückung.

bloecke.py

```
1  x = 3                        #
2  if x == 0:                   #
3      x = x + 1                # | Block 1
4      y = x                    # |
5      if y == 2:               # |
6          print('Foo')         # |   | Block 2
7          if y > x:            # |   |
8              x = y            # |   |   | Block 3
9          print('Bar')         # |   |
10     x = 42                   # |
11 else:                        #
12     print('Nicht null')      # | Block 4
```

Python-Anatomie: if-Anweisung

- Die folgenden Programme sind äquivalent:

elif.py

```
1 a = 42
2 if a == 1:
3     print('Eins')
4 elif a == 42:
5     print('Zweiundvierzig')
6 else:
7     print('Sonstwas')
```

noelif.py

```
1 a = 42
2 if a == 1:
3     print('Eins')
4 else:
5     if a == 42:
6         print('Zweiundvierzig')
7     else:
8         print('Sonstwas')
```

Python-Anatomie: while-Anweisung

while-Anweisung

```
while <Ausdruck>:
    <Block>
```

Ausführung:

1. Werte `Ausdruck` aus. Wenn falsch, Ende der Anweisung.
2. Führe `Block` aus.
3. Springe zu 1.

fac.py

```
fac = 1
i = 1
while True:
    fac = fac * i
    print(fac)
    i = i + 1
```

- Ein Python-Programm kann mit der Tastenkombination `Strg+C` abgebrochen werden.

Python-Anatomie: Ausdrücke

Wir haben bisher folgende Ausdrücke kennengelernt:

- **Literale**

  ```
  '<Zeichenkette>'
  "<Zeichenkette>"
  <Ziffernfolge>
  ```

  Zeichenketten-Literale werden zu `str`-Objekten ausgewertet, die die entsprechende Zeichenkette enthalten.

  Ziffernfolgen werden zu `int`-Objekten ausgewertet, die die entsprechende Zahl enthalten.

- **Namen**

  ```
  <Name>
  ```

  Namen werden zu den Objekten ausgewertet, auf die die jeweiligen Namen verweisen.

  Eine Liste aller **vordefinierten Namen** kann wie folgt ausgegeben werden:

  ```
  print(dir(__builtins__))
  ```

Python-Anatomie: Ausdrücke (fortges.)

- **Arithmetische Operatoren**

```
<Ausdruck1> +  <Ausdruck2>   # Addition
<Ausdruck1> -  <Ausdruck2>   # Subtraktion
<Ausdruck1> *  <Ausdruck2>   # Multiplikation
<Ausdruck1> /  <Ausdruck2>   # Division
<Ausdruck1> // <Ausdruck2>   # Ganzzahl-Division mit Abrunden
<Ausdruck1> %  <Ausdruck2>   # Modulo
```

Es werden `Ausdruck1` und `Ausdruck2` ausgewertet. Die Ergebnisse werden mit dem jeweiligen Operator verknüpft.

- **Vergleichs-Operatoren**

```
<Ausdruck1> == <Ausdruck2>   # Gleichheit
<Ausdruck1> != <Ausdruck2>   # Ungleichheit
<Ausdruck1> <  <Ausdruck2>   # Kleiner
<Ausdruck1> <= <Ausdruck2>   # Kleiner oder gleich
<Ausdruck1> >  <Ausdruck2>   # Größer
<Ausdruck1> >= <Ausdruck2>   # Größer oder gleich
```

Es werden `Ausdruck1` und `Ausdruck2` ausgewertet. Die Ergebnisse werden mit dem jeweiligen Operator verglichen. Ergebnis der Auswertung ist `True` oder `False`.

Python-Anatomie: Ausdrücke (fortges.)

- **Negation**

  - `<Ausdruck>`

  Es wird `Ausdruck` ausgewertet. Ergebnis ist der negative Wert dieser Auswertung.

- **Funktionsaufruf**

  `<Name>(<Ausdruck1>, <Ausdruck2>, ..., <AusdruckN>)`

  Es werden `Ausdruck1` bis `AusdruckN` ausgewertet. Dann wird die von `Name` bezeichnete Funktion mit den Ergebnissen der Auswertungen als Argumente ausgeführt. Ergebnis des Funktionsaufrufs ist der Rückgabewert der Funktion.

  - Viele Funktionen haben keinen sinnvollen Rückgabewert. Diese liefern den Wert `None` zurück.
  - Funktionen können wie alle anderen Objekten neuen Namen zugewiesen werden:

xprint.py

```
1 x = print
2 x('Hallo!')
```

Python-Anatomie: Erlaubte Namen

Für Namen sind in Python insbesondere folgende Regeln zu beachten:

- Namen dürfen nicht mit einer Zahl beginnen.
- Schlüsselworte dürfen nicht als Namen verwendet werden.
- Die Zeichen `-` und `.` dürfen nicht verwendet werden.
- Unterschiedliche Groß-/Kleinschreibung führt zu verschiedenen Namen.

Beispiele:

```
foo, Foo, fOo              # OK, alle verschieden
foo3, fo3o                 # OK
3foo, lambda, global       # Verboten!
foo_bar, _foo_bar          # OK
foo-bar, foo-bar, foo.bar  # Verboten!
```

Python Schlüsselworte

```
False, None, True, and, as, assert, break, class, continue, def, del,
elif, else, except, finally, for, from, global, if, import, in, is,
lambda, nonlocal, not, or, pass, raise, return, try, while, with, yield
```

Tag 2

Warmup

Das Heron-Iterationsverfahren zur Berechnung der Quadratwurzel von a ist gegeben durch

$$x_1 = 1 \qquad \text{und} \qquad x_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot (x_n + \frac{a}{x_n}).$$

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

```
cd /u/<ZIV_Nutzerkennung>/PythonKurs
mkdir Tag2
cd Tag2
kate heron.py &
```

heron.py

```
1 x = 1
2 i = 0
3 while i < 3:
4     x = 0.5 * (x + 2/x)
5     i = i + 1
6 print(x, x*x - 2)
```

2. Geben Sie die aktuelle Approximation und das Residuum in jedem Iterationsschritt aus.

3. Nehmen sie die Zahl a und die Anzahl der Iterationen mit `input` vom Benutzer entgegen.

Erinnerung (Tag 1)

Ein Python-Programm ist eine Aneinanderreihung von **Anweisungen**, *die nacheinander (von oben nach unten) abgearbeitet werden.*

Anweisungen enthalten **Ausdrücke**, *die zu* **Objekten** *evaluiert werden,* **Namen** *die auf Objekte verweisen, sowie* **Schlüsselwörter**, *die Anweisungen und Ausdrücke strukturieren.*

heron.py

```
1 x = 1
2 i = 0
3 while i < 3:
4     x = 0.5 * (x + 2/x)
5     i = i + 1
6 print(x, x*x - 2)
```

Der kleine Unterschied

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

fac2.py

```
1 fac = 1
2 i = 1
3 while i < 200:
4     fac = fac * i
5     print(fac)
6     i = i + 1
7 print(type(fac))
```

2. Was passiert, wenn Sie `fac = 1` durch `fac = 1.` ersetzen?

3. Was passiert, wenn Sie stattdessen `i = 1` durch `i = 1.` ersetzen?

Python-Anatomie: Objekte

Ein Python-Objekt enthält **Daten** *einer bestimmen Struktur, die vom* **Typ** *(auch* **Klasse***) des Objekts vorgegeben werden. Der Typ des Objekts bestimmt die verfügbaren* **Methoden** *des Objekts und das Verhalten unter Verknüpfung mit Operatoren.*

- `print(type(a))` gibt den Typ des Objekts `a` aus.

Python-Anatomie: Datentypen

- `bool` **(Wahrheitswert, immutable)**

  Es gibt genau zwei Objekte vom Typ `bool`,

  ```
  True, False
  ```

  Mit `bool(x)` kann jedem Objekt `x` ein Wahrheitswert zugeordnet werden.

- `NoneType` **(Kein Wert, immutable)**

  Es gibt genau ein Objekt vom Typ `NoneType`, nämlich `None`.

- `int` **(Integer, immutable)**

  Speichert ganze Zahlen beliebiger Größe. Konstruktion über Integer-Literale, z.B.

  ```
  1, 2, -1, 0x0A3, 0b10110
  ```

  oder über den `int()`-Konstruktor, z.B.

  ```
  int('1')              # 1
  int(1.3)              # 1 - es wird immer abgerundet
  int(False)            # 0
  int(True)             # 1
  ```

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `float` **(Fließkommazahl, immutable)**

  Speichert reelle Zahlen in wissenschaftlicher Notation $a \cdot 10^b$. Konstruktion über Float-Literale, z.B.

  ```
  1., 1.03, .03, 1e10, 0.4e-3
  ```

  oder über den `float()`-Konstruktor, z.B.

  ```
  float(1)              # 1.
  float('1')            # 1.
  float('1.3e2')        # 130.
  ```

  Die Genauigkeit von `float` hängt vom Computer ab. I.d.R. werden ca. *17 Nachkommastellen der Mantisse und Exponenten bis 308* gespeichert.

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `str` **(String, immutable, indizierbar, iterierbar)**

  Speichert Zeichenketten beliebiger Länge. Konstruktion über String-Literale, z.B.

```
'Ein String',   "Ein String"
'Ein "String"', 'Ein "String"'
'Ein\nString'                   # \n steht für das "Neue-Zeile"-Zeichen
'Ein\'String\''                 # \' steht für das "'"-Zeichen
'Ein\\String'                   # \\ steht für das "\"-Zeichen
```

  Mittels `str(x)` kann aus jedem Objekt eine String-Darstellung erzeugt werden.

Listen

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

fibolist.py

```
1 fibs = [1, 1]
2 i = 2
3 while i < 10:
4     fibs.append(fibs[i-2] + fibs[i-1])
5     i = i + 1
6 print(fibs)
```

2. Listen können auch mit negativen Zahlen indiziert werden. Dabei entspricht `l[-1]` dem letzten Element der Liste `l[-2]` dem vorletzten Element, usw. Modifizieren Sie das Programm, sodass die Zählvariable `i` nicht mehr in der Indizierung von `fibs` auftritt.

3. Legen Sie zusätzlich eine Liste der Quotienten der benachbarten Fibonaccizahlen an.

Listen und for-Schleifen

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

prod.py

```
1 l = [4, 6, 3, 2]
2 prod = 1
3 for x in l:
4     prod = prod * x
5 print(prod)
```

2. Berechnen Sie zusätzlich die Summe aller Elemente von `l`.

3. Geben Sie auch das kleinste und das größte Element von `l` aus.

Listen und for-Schleifen (fortges.)

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

bubble.py

```
1 l = [5, 2, 4, 3, 2]
2 print(l)
3 for i in range(len(l)):
4     for j in range(len(l) - 1):
5         if l[j] > l[j+1]:
6             x = l[j]
7             l[j] = l[j+1]
8             l[j+1] = x
9     print(l)
```

2. Sortieren Sie die Liste in absteigender Reihenfolge.

3. Optimieren Sie den Algorithmus, indem Sie anstelle der äußeren `for`-Schleife ein schärferes Abbruchkriterium wählen.

Python-Anatomie: Objekte (fortges.)

Ein Python-Objekt enthält **Daten** *einer bestimmen Struktur, die vom* **Typ** *(auch* **Klasse***) des Objekts vorgegeben werden. Der Typ des Objekts bestimmt die verfügbaren* **Methoden** *des Objekts und das Verhalten unter Verknüpfung mit Operatoren.*

*Methoden operieren auf den Daten des Objekts und können diese verändern. Manche Python-Objekte sind unveränderlich (***immutable***).*

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `list` **(Liste, indizierbar, iterierbar)**

  Speichert geordnete Listen von **Objekt-Referenzen** beliebiger Länge. Konstruktion über Listen-Literale, z.B.

```
[]                                  # Leere Liste
[1, 2, 3]                           # Liste mit drei Elementen
[1, len('asdf'), 'a', [1, 2]]       # Listen-Literale dürfen beliebige Ausdrücke
                                    # als Elemente enthalten
```

  Mittels `list(x)` kann aus den Elementen eines iterierbaren Objekts `x` eine Liste erzeugt werden, z.B.

```
list('foo')                         # -> ['f', 'o', 'o']
```

  Die Länge einer liste `l` erhalten wir mit `len(l)`. Listen können indiziert und zerschnitten werden (‘slicing’):

```
l = [1,9,7,2,6]
l[0]                                # -> 1 (erstes Element)
l[-1]                               # -> 6 (letztes Element)
l[-2]                               # -> 2 (vorletztes Element)
l[:3]                               # -> [1,9,7] (erste 3 Elemente)
l[2:]                               # -> [7,2,6] (erste 2 Elem. auslassen)
```

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `list` **(fortges.)**

  Die nützlichsten Methoden von `list`:
  (Ergebnisse jeweils für `l = [1,9,7,2,6]`.)

```
l.append(42)            # -> l == [1,9,7,2,6,42]
                        #    Anhängen eines Elements

l.extend([2,3 5])       # -> l == [1,9,7,2,6,2,3,5]
                        #    Anhängen einer anderen Liste

l.pop()                 # -> 6, l == [1,9,7,2]
                        #    entferne letztes Element und gebe es zurück

l.insert(0, 'x')        # -> l == ['x',1,9,7,2,6]
                        #    füge Element an gegebenen Index ein

l.sort()                # -> l == [1,2,6,7,9]
                        #    sortiere die Liste

l.copy()                # erzeuge Kopie der Liste
```

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `str` **(String, immutable, indizierbar, iterierbar)**

  `str` hat viele nützliche Methoden, z.B.

```
'hallo'.upper()                                 # -> 'HALLO'
'  hallo '.strip()                              # -> 'hallo'
'Eins zwei drei'.split()                        # -> ['Eins', 'zwei', 'drei']
'Eins,zwei,drei'.split(',')                     # -> ['Eins', 'zwei', 'drei']
'\n'.join(['Zeile1', 'Zeile2', 'Zeile3'])       # -> 'Zeile1\nZeile2\nZeile3'
```

- Beispiel:

cases.py

```
1 word = 'gRosSschReiBung'
2 print(word.lower()[0].upper() + word.lower()[1:])
```

Python-Anatomie: for-Anweisung

for-Anweisung

```
for <Name> in <Ausdruck>:
    <Block>
```

Ausführung:

1. Werte `Ausdruck` zu Objekt `o` aus.
2. Falls `o` keine Elemente enthält: Ende der Anweisung.
3. Weise `Name` das erste Element von `o` zu.
4. Führe `Block` aus.
5. Falls `o` kein weiteres Element enthält: Ende der Anweisung.
6. Weise `Name` das nächste Element von `o` zu.
7. Springe zu 4.

Achtung: `o` muss ein iterierbares Objekt sein. Ansonsten Fehler.

Identität und Gleichheit

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

listcopy.py

```
1 l = [0, 1, 2] * 3 + ['a', 3.5]
2 l2 = l
3 print(l, l2)
4 print(l == l2, l is l2)
5 l[3] = 99
6 print(l, l2)
7 print(l == l2, l is l2)
```

2. Ersetzen Sie Zeile 2 durch `l2 = l.copy()`. Welches Verhalten erwarten Sie?

Identität und Gleichheit (fortges.)

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

bignum.py

```
1 x = 1.
2 y = x + 1.
3 x = x + 1.
4 print(type(x))
5 print(x == y, x is y)
```

2. Was passiert, wenn Sie `1` anstelle von `1.` verwenden?

3. Was passiert, wenn Sie Zeile 1 durch `x = 999` ersetzen?

Python-Anatomie: Objekte

Ein Python-Objekt enthält **Daten** *einer bestimmen Struktur, die vom* **Typ** *(auch* **Klasse***) des Objekts vorgegeben werden. Der Typ des Objekts bestimmt die verfügbaren* **Methoden** *des Objekts und das Verhalten unter Verknüpfung mit Operatoren.*

*Methoden operieren auf den Daten des Objekts und können diese verändern. Manche Python-Objekte sind unveränderlich (***immutable***).*

Zwei Objekte vom selben Typ, die die selben Daten enthalten, sind **gleich** *jedoch nicht* **identisch**.

- `a == b` prüft auf Gleichheit.
- `a is b` prüft auf Identität.
- `print(type(a))` gibt den Typ von `a` aus.

Faustregel: Verwende `is` / `is not` in der Regel nur in der Form '`x is None`' bzw. '`x is not None`' (nicht zum Vergleich von Zahlen!).

Python-Anatomie: Zuweisung an Container-Elemente

Auswertungs-und-Element-Zuweisungs-Anweisung

```
<Name>[<Ausdruck1>] = <Ausdruck2>
```

Ausführung:

1. Werte `Ausdruck1` zu Objekt `o1` aus.
2. Werte `Ausdruck2` zu Objekt `o2` aus.
3. Weise dem Index `o1` des mit `Name` bezeichneten Objekts das Objekt `o2` zu.

Beispiel:

```
l = [1, 2, 3]
l[1 + 1] = 2 * 2      # -> l == [1, 2, 4]
```

Achtung: Das Objekt `<Name>` muss indizierbar und veränderlich sein, sonst Fehler. Bisher ist `list` der einzige uns bekannte Typ, der dies erfüllt. (`str` ist indizierbar aber immutable.)

Python-Anatomie: Löschen von Container-Elementen

Element-Löschungs-Anweisung

```
del <Name>[<Ausdruck>]
```

Ausführung:

1. Werte `Ausdruck` zu Objekt `o` aus.
2. Entferne das zum Index `o` gehörige Element aus dem mit `Name` bezeichneten Objekt.

Beispiel:

```
l = [1, 2, 3]
del l[1 - 1]          # -> l == [2, 3]
```

Achtung: Das Objekt `<Name>` muss indizierbar und veränderlich sein, sonst Fehler. Bisher ist `list` der einzige uns bekannte Typ, der dies erfüllt. (`str` ist indizierbar aber immutable.)

Python-Anatomie: Ausdrücke (fortges.)

- **Indizierung**

  ```
  <Ausdruck1>[Ausdruck2]
  ```

  Es werden `Ausdruck1` und `Ausdruck2` zu Objekten `o1`, `o2` ausgewertet. Ergebnis ist das Element von `o1` mit Index `o2` (falls `o1` indizierbar und ein Element mit Index `o2` existiert, sonst Fehler).

- **Identität**

  ```
  <Ausdruck1> is <Ausdruck2>
  ```

  Es werden `Ausdruck1` und `Ausdruck2` zu Objekten `o1`, `o2` ausgewertet. Ergebnis ist `True`, falls `o1` und `o2` das *selbe* Objekt sind.

- **Nicht-Identität-Relation**

  ```
  <Ausdruck1> is not <Ausdruck2>
  ```

  Es werden `Ausdruck1` und `Ausdruck2` zu Objekten `o1`, `o2` ausgewertet. Ergebnis ist `True`, falls `o1` und `o2` nicht das selbe Objekt sind.

Tag 3

Warmup

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

vecadd.py

```
1 v = [ 1., -3., 0.4,  5.]
2 w = [ 2.,  2.,  3.,  3.]
3 z = []
4
5 assert len(v) == len(w), 'Laengen von v und w muessen uebereinstimmen'
6 for i in range(len(v)):
7     z.append(v[i] + w[i])
8 print(z)
```

2. Was passiert, wenn Sie in der Definition von `w` ein Element weglassen?

3. Berechnen Sie zusätzlich das Skalarprodukt der Vektoren `v` und `w`.

Python-Anatomie: assert-Anweisung

assert-Anweisung

```
assert <Ausdruck1>
```

Ausführung: Werte `Ausdruck1` aus. Falls `False`, breche das Programm mit Fehlermeldung ab.

assert-Anweisung mit Ausgabe

```
assert <Ausdruck1>, <Ausdruck2>
```

Ausführung: Werte `Ausdruck1` aus. Falls `False`, werte `Ausdruck2` aus und gebe das Ergebnis mit `print` als Fehlermeldung aus. Breche das Programm ab.

Interaktive Nutzung von Python

- Wird das Programm `python3` ohne Argument aufgerufen, können interaktiv Python-Anweisung vom Benutzer eingegeben werden, die dann von Python ausgeführt werden.
- Werden dieselben Anweisungen in einer Datei gespeichert und mit `python3` ausgeführt, erhält man das gleiche Ergebnis, bis auf folgende Unterschiede:
  1. Fehler führen nicht zum Absturz des Programms.
  2. Die Ergebnisse von Auswertungs-Anweisungen werden mit `print` im Terminal ausgegeben.
- Das Programm `ipython3` kann als komfortablere Alternative zu `python3` verwendet werden.
- Mit `help(o)` kann die eingebaute Python-Hilfe zu einem Objekt `o` angezeigt werden.

Benutzerdefinierte Funktionen

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

binom.py

```
1  def fakultaet(n):
2      fak = 1
3      for k in range(1, n+1):
4          fak = fak * k
5      return fak
6
7  n = int(input('n = '))
8  k = int(input('k = '))
9  assert n >= k, 'n muss größer als k sein!'
10
11 fn = fakultaet(n)
12 fk = fakultaet(k)
13 fnk = fakultaet(n-k)
14 c = fn // (fk * fnk)
15 print(c)
```

2. Schreiben Sie eine weitere Funktion `binom(n, k)`, in welche Sie die Berechnung des Binomialkoeffizienten `c` für gegebenes `n`, `k` auslagern.

Python-Anatomie: def-Anweisung

def-Anweisung

```
def <Name0>(<Name1>, <Name2>, ..., <NameN>):
    <Block>
```

Ausführung:

1. Erzeuge neues Funktionsobjekt mit `N` Parametern, das, wenn aufgerufen, die Anweisungen in `Block` ausführt. Dabei wird dem Namen `NameK` der Wert des `K`-ten Funktionsparameters zugewiesen.
2. Weise das erzeugte Funktionsobjekt dem Namen `Name0` zu.

return-Anweisung

```
return <Ausdruck>
```

Ausführung:

1. Werte `Ausdruck` zu Objekt `o` aus.
2. Beende die Ausführung der Funktion und gebe `o` als Rückgabewert zurück.

Python-Anatomie: lokale und globale Namen

Führen Sie das folgende Programm mit `pvdb` aus:

fakultaet.py

```
1 def fakultaet(n):              # lokaler name 'n', nur innerhalb der Funktion gültig
2     fak = 1
3     for k in range(1, n+1):
4         fak = fak * k
5     return fak
6
7 n = int(input('n = '))         # globaler name 'n'
8 print(fakultaet(n))
```

Rekursion

Betrachten Sie das folgende Programm zur Berechnung der Fibonaccizahlen:

fibrec.py

```
1  def fib(n):
2      if n < 2:
3          return 1
4      else:
5          return fib(n-1) + fib(n-2)
6
7  n = int(input('n = '))
8  assert n >= 0
9
10 print(fib(n))
```

- Testen Sie ihr Programm (mindestens) für 30, 1000, 40
- Führen Sie ihr Programm mit `pvdb` (für `n = 100`) aus.

Rekursion und globale Namen

1. Betrachten Sie das folgenden Programm:

fibrecglobal.py

```
1  def fib(n):
2      global aufrufe
3      aufrufe = aufrufe + 1
4      if n < 2:
5          return 1
6      else:
7          return fib(n-1) + fib(n-2)
8
9  n = int(input('n = '))
10 assert n >= 0
11
12 aufrufe = 0
13 print(fib(n))
14 print(aufrufe)
```

2. Testen Sie ihr Programm (mindestens) für 10, 30

Mehr über globale und lokale Namen

1. Was passiert, wenn Sie folgendes Programm ausführen?

global1.py

```
1 def f():
2     # x = 1
3     # global x
4     print(x)
5     # x = 100
6
7 x = 99
8 f()
9 print(x)
```

2. Was passiert, wenn Sie das Kommentarzeichen in Zeile 2 entfernen?

3. Was passiert, wenn Sie stattdessen das Kommentarzeichen in Zeile 5 entfernen?

4. Was passiert, wenn Sie zusätzlich das Kommentarzeichen in Zeile 3 entfernen?

Funktionen sind Objekte

Betrachten Sie das folgende Programm zur Approximation des Integrals einer Funktion durch die erweiterte Mittelpunktsregel:

integral.py

```
1  def integral(f, a, b, n):
2      h = (b - a) / n
3      result = 0.
4      for i in range(n):
5          result = result + f(a + 0.5*h + i*h) * h
6      return result
7
8  def f1(x):
9      return x*3
10
11 print(integral(f1, 0., 1., 10))
```

- Geben Sie auch eine Approximation des Integrals $\int_{-1}^{1} x^2 + x \, dx$ aus.

lambda-Funktionen

Betrachten Sie das folgende Programm:

integrallambda.py

```
1 def integral(f, a, b, n):
2     h = (b - a) / n
3     result = 0.
4     for i in range(n):
5         result = result + f(a + 0.5*h + i*h) * h
6     return result
7
8 print(integral(lambda x: x**4 + 1, 0., 1., 10))
```

- Schreiben Sie eine Funktion `konvergenztabelle(f, a, b, K)`, die Approximationen von $\int_a^b f(x)\,dx$ für $n \in \{10^0, 10^1, \ldots, 10^K\}$ ausgibt.
- Testen Sie ihr Programm zum Beispiel für $a = 0$, $b = 1$, $f(x) := x^4$, $K = 8$.

Python-Anatomie: Ausdrücke (fortges.)

- **lambda-Funktion**

```
lambda <Name1>, <Name2>, ..., <NameN>: <Ausdruck>
```

Ergebnis der Auswertung des lambda-Ausdrucks ist ein Funktionsobjekt mit `N` Parametern, das, wenn aufgerufen, `Ausdruck` auswertet und als Funktionsergebnis zurückgibt. Bei der Auswertung von `Ausdruck` wird dabei dem Namen `NameK` der Wert des `K`-ten Funktionsparameters zugewiesen.

Module

Betrachten Sie das folgende Programm zur Approximation von $\pi \approx 4 \cdot \frac{\texttt{treffer}}{\texttt{N}}$ mit Hilfe der Monte-Carlo Methode:

pi.py

```
1  import sys
2  from random import uniform
3
4  assert len(sys.argv) >= 2, 'Benutzung: python3 ' + sys.argv[0] + ' n'
5  N = int(sys.argv[1])
6  assert N > 0
7
8  treffer = 0
9  for i in range(N):
10     x = uniform(-1, 1)
11     y = uniform(-1, 1)
12     if x**2 + y**2 < 1:
13         treffer = treffer + 1
14
15 pi_approx = 4 * (treffer / N)
16 print(pi_approx)
```

Importieren Sie zusätzlich das Modul `math`, in dem die Kreiszahl π als `math.pi` zu finden ist. Geben Sie neben der Approximation auch den Approximationsfehler aus.

Python-Anatomie: import-Anweisung

import-Anweisung

```
import <Name>
```

Ausführung: Lade das Modul `Name`, und weise das resultierende Modul-Objekt dem Namen `Name` zu.

from-import-Anweisung

```
from <Name1> import <Name2>
```

Ausführung: Lade das Modul `Name1`, und weise das Attribut des Moduls mit dem Namen `Name2` dem Namen `Name2` zu.

import-as-Anweisung

```
import <Name1> as <Name2>
```

Ausführung: Lade das Modul `Name1`, und weise das resultierende Modul-Objekt dem Namen `Name2` zu. Beispiel:

```
import math as m
print(m.pi)
```

Dictionaries

1. Führen Sie das folgende Programm aus:

pfz.py

```
1  n = 7032526
2  pf = {}
3  p = 2
4  while p <= n:
5      while n % p == 0:
6          if p in pf:
7              pf[p] = pf[p] + 1
8          else:
9              pf[p] = 1
10         n = n // p
11     p = p + 1
12 print(pf)
```

2. Die Methode `pf.get(x, y)` liefert `pf[x]` zurück falls `x in pf`, sonst `y`. Nutzen Sie diese Methode, um die innere Schleife des Programms zu vereinfachen.

3. Geben Sie die Primfaktorzerlegung als `7032526 = 2^1 * 17^2 * 23^3` aus. Dafür können Sie `pf.items()` verwenden, um über die Einträge von `pf` zu iterieren und `' * '.join(l)`, um die Strings einer Liste `l` mit dem String `' * '` zu verknüpfen.

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `dict` **(Dictionary, iterierbar)**

  Speichert ungeordnete Paare ‘Schlüssel -› Wert’ von **Objekt-Referenzen**. Konstruktion über Dictionary-Literale, z.B.

```
{}                                  # Leeres Dictionary
{1: '1', 2: '2', 3: '3'}            # Dictionary mit 3 Einträgen
{1: f(1),                           # Dictionary-Literale dürfen beliebe Ausdrücke
 2: f(2)}                           # als Schlüssel oder Werte enthalten
```

  Mittels `dict(x)` kann aus den Elementen eines iterierbaren Objekts `x` von Paaren ein Dictionary erzeugt werden, z.B.

```
dict([[1, 2], [3, 4]])          # -> {1: 2, 3: 4}
```

  Achtung: Als Schlüssel sind i.A. nur unveränderliche Objekte erlaubt.

  Die Anzahl der Einträge eines Dictionaries `d` erhalten wir mit `len(d)`. Dictionaries können mit Schlüsseln indiziert werden:

```
d = {'Hund': 2, 'Katze': 4, 4: 16}
d['Hund']                           # -> 2
d[4]                                # -> 16
d['4']                              # Fehler!
```

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `dict` **(fortges.)**

  Die nützlichsten Methoden von `dict`:

```
d.keys()          # -> iterierbares Objekt aller Schlüssel in d
d.values()        # -> iterierbares Objekt aller Werte in d
d.items()         # -> iterierbares Objekt aller (Schlüssel, Wert)-Paare in d
d.pop(x)          # -> Wert zum Schlüssel x, Eintrag wird in d entfernt
d.update(d2)      # -> Einträge von Dictionary d2 zu d hinzgefügt
```

- `tuple` **(Tupel, immutable, iterierbar)**

  Speichert **unveränderliche** geordnete Listen von **Objekt-Referenzen** beliebiger Länge. Konstruktion über Tuple-Literale, z.B.

```
()                              # Leeres Tupel
(1,)                            # Tupel mit einem Element (beachte das ',')
(1, len('asdf'), 'a', [1, 2])   # Tupel-Literale dürfen beliebe Ausdrücke
                                # als Elemente enthalten
```

  Mittels `tuple(x)` kann aus den Elementen eines iterierbaren Objekts `x` ein Tupel erzeugt werden. Indizierung wie bei Listen.

  Kann, anders als `list`, als Schlüssel in Dictionaries verwendet werden!

Python-Anatomie: globale und lokale Namen

Ein Name ist lokal, wenn er Ziel einer Anweisung innerhalb einer Funktion ist (und wenn er nicht als **global** *markiert ist).*

Tag 4

Erinnerung: Listen sind keine Vektoren

Betrachten Sie das folgende Programm:

listsarenovectors.py

```
1  import math as m
2
3  v = [ 1., -3., 0.4,  5.]
4
5  # compute l2-norm of v
6  norm = 0.
7  for i in range(len(v)):
8      norm = norm + v[i]**2
9  norm = m.sqrt(norm)
10 print(norm)
11
12 w = [ 2.,  2.,  3.,  3.]
13
14 # add two vectors:
15 print(v + w)
```

numpy.ndarray

Das Python-Paket `numpy` stellt den Typ `ndarray` zur Verfügung, mit dem mehrdimensionale Arrays (homogene Listen fester Länge) effizient dargestellt werden können.

- Insbesondere können Vektoren (als eindimensionales Arrays) dargestellt werden.
- Konstruktion mittels `numpy.array()`:

```
import numpy as np              # mache numpy unter dem Namen np verfügbar
v = np.array([1, 2, 3])         # -> v == Vektor [1,2,3]
w = np.array([4., -7., 17.])
```

Spezielle arrays:

- `np.zeros(3)`
- `np.ones(4)`
- `np.arange(9)`

Matrizen sind 2-dimensionale Arrays

Betrachten Sie das folgende Program:

matrices.py

```
1  import numpy as np
2
3  v = np.array([1, 2, 3])
4
5  A = np.array([[1, 0],
6                [0, 1]])
7
8  B = np.array([[-1, 3], [-1, 0]])
9
10 print(A + B)
11
12 def which_type(x):
13     print(type(x))
14
15 which_type(v)
16 which_type(A)
```

Bestimmung der Größe und Dimension eines Arrays:

- Wie finden Sie heraus, ob `x` ein Vektor oder eine Matrix ist?
- Wie finden Sie heraus, welche Größe `x` hat?

numpy.ndarray (fortges.)

Das Python-Paket `numpy` stellt den Typ `ndarray` zur Verfügung, mit dem mehrdimensionale Arrays (homogene Listen fester Länge) effizient dargestellt werden können.

- Insbesondere können Vektoren (eindimensionales Array) und Matrizen (zweidimensionales Array) dargestellt werden.

- Konstruktion mittels `numpy.array()`:

```
import numpy as np              # mache numpy unter dem Namen np verfügbar
v = np.array([1, 2, 3])         # -> v == Vektor [1,2,3]

A = np.array([[1, 2, 3],        # -> A == Matrix [1 2 3]
              [4, 5, 6],        #                [4 5 6]
              [7, 8, 9]])       #                [7 8 9]
```

- `A.ndim` enthält die Anzahl der Dimensionen von `A` (1 = Vektor, 2 = Matrix).

- `A.shape` ist ein `tuple`, das die Anzahl der Einträge für die jeweilige Dimension enthält:
  - Es gilt `len(A.shape) == A.ndim`.
  - Für eine Matrix enthält `A.shape` die Anzahl an Zeilen und Spalten.
  - Es gilt `len(A) == A.shape[0]`. Für eine Matrix ist `len(A)` die Anzahl der Zeilen von `A`.

Spezielle Arrays

- `np.zeros(s)` erzeugt eine Nullmatrix mit `shape` `s`.

  Beispiel:

```
np.zeros((2, 4))        # -> array([[ 0.,  0.,  0.,  0.],
                        #           [ 0.,  0.,  0.,  0.]])
```

- `np.ones(s)` erzeugt eine Matrix aus Einsen mit `shape` `s`.

  Beispiel:

```
np.ones((2, 2))         # -> array([[ 1.,  1.],
                        #           [ 1.,  1.]])
```

- `np.eye(d)` erzeugt eine `d`-Dimensionale Einheitsmatrix.

  Beispiel:

```
np.eye(3)               # -> array([[ 1.,  0.,  0.],
                        #           [ 0.,  1.,  0.],
                        #           [ 0.,  0.,  1.]])
```

Arithmetische Operationen

Betrachten Sie das folgende Programm:

arrayops.py

```
1  import numpy as np
2
3  v = np.array([2, 3])
4  w = np.array([-1, 2])
5  A = np.eye(2)
6
7  print('v = {}'.format(v))
8  print('w = {}'.format(w))
9  print('A:')
10 print(A)
11
12 print('A * 2:')
13 print(A * 2)
14
15 # scalar product of v and w?
16 print('v * w = {}'.format(v*w))
17
18 # matrix/vector product?
19 print('A * v = {}'.format(A*v))
```

Grundlegende Operationen

- Die arithmetischen Operatoren `+`, `-`, `*`, `/`, `**` operieren **elementweise** auf NumPy-Arrays.
- Das `numpy`-Modul enthält zahlreiche weitere Funktionen, die elementweise auf NumPy-Arrays operieren. Z.B.

  ```
  np.sqrt, np.sin, np.cos, np.abs, np.exp, np.floor, np.ceil, np.round, ...
  ```

- `np.min(A)`, `np.max(A)` berechnen das Minimum/Maximum aller Einträge von `A`.
- `np.linalg.norm(A)` berechnet die euklidische ℓ^2-Norm der Einträge von `A`.

Matrix-Vektor-Produkt

Berechnen Sie das Matrix-Vektor Produkt:

matvec.py

```
1  import numpy as np
2
3  A = np.array([[1, 2, 3],
4                [4, 5, 6]])
5  v = np.array([1, 2, 3])
6
7  print(A.shape)
8  M, N = A.shape
9  w = np.zeros(N)
10
11 # compute w = A v
12 # ...
13
14 print(w)
```

Grundlegende Operationen (fortges.)

- Die arithmetischen Operatoren `+`, `-`, `*`, `/`, `**` operieren **elementweise** auf NumPy-Arrays.
- Das `numpy`-Modul enthält zahlreiche weitere Funktionen, die elementweise auf NumPy-Arrays operieren. Z.B.

  ```
  np.sqrt, np.sin, np.cos, np.abs, np.exp, np.floor, np.ceil, np.round, ...
  ```

- `np.min(A)`, `np.max(A)` berechnen das Minimum/Maximum aller Einträge von `A`.
- `np.linalg.norm(A)` berechnet die euklidische ℓ^2-Norm der Einträge von `A`.
- `A.dot(B)` berechnet das Matrixprodukt (Matrix-Vektor-Produkt) von `A` mit `B`.

Indizierung / Slicing

- NumPy-Arrays können indiziert werden (mit einem Index pro Dimension):

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6],
              [7, 8, 9]])
A[0, 0]                    # -> 1
A[1, -1]                   # -> 6
```

- Slicing ist möglich in jeder Dimension. Dabei bezeichnet:
  - `i:j` das halboffene Intervall aller Elemente mit Indices von `i` bis ausschließlich `j`,
  - `i:` alle Elemente ab (einschließlich) `i`,
  - `:j` alle Elemente bis (ausschließlich) `j`,
  - `:` alle Elemente.

  Beispiele:

```
A[1:, :]      #  -> array([[4, 5, 6],
              #            [7, 8, 9]])
A[:, 1:2]     #  -> array([[2],
              #            [5],
              #            [8]])
A[:2, :2]     #  -> array([[1, 2],
              #            [4, 5]])
```

Indizierung / Slicing (fortges.)

- Slicing und Indizierung können auch kombiniert werden:

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6],
              [7, 8, 9]])
A[0, :]                    # -> array([1, 2, 3])
A[:, 2]                    # -> array([3, 6, 9])
A[1, 1:]                   # -> array([5, 6])
```

- `A[i]` ist für eine Matrix `A` äquivalent zu `A[i, :]`:

```
A[0]                       # -> array([1, 2, 3])
A[1]                       # -> array([4, 5, 6])
A[2]                       # -> array([7, 8, 9])
```

- Mit `for` iteriert man über die Einträge eines Vektors oder die Zeilen einer Matrix:

```
for x in A:
    print(x)
```

macht die Ausgabe:

```
[1 2 3]
[4 5 6]
[7 8 9]
```

Elemente ändern

- Die Elemente eines Arrays können durch Indizierung/Slicing geändert werden:

  Beispiele:

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6],

A[0, 0] = 7                 # -> A == array([[7, 2, 3],
                            #               [4, 5, 6]])

A[0, 1:] = A[1, 1:]         # -> A == array([[7, 5, 6],
                            #               [4, 5, 6]])

A[:, 1:] = 9                # -> A == array([[7, 9, 9],
                            #               [4, 9, 9]])

A[:] = 0                    # -> A == array([[0, 0, 0],
                            #               [0, 0, 0]])
```

Views und Kopien

Betrachten Sie das folgende Programm:

views.py

```
1 import numpy as np
2
3 A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
4 print(A)
5
6 B = A[:2, :2]
7 print(B)
```

- Was *ist* B?

Views und Kopien (fortges.)

- Erhält man durch Indizierung/Slicing ein neues NumPy-Array, so ist dieses ein **View** auf die Daten des indizierten Arrays.

  Werden die Elemente des View-Arrays verändert, verändern sich auch die entsprechenden Einträge des ursprünglichen Arrays!

  Beispiel:

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6]])

B = A[1, 1:]              # -> B == array([5, 6])

B[:] = 0                  # -> B == array([0, 0])
                          #    A == array([[1, 2, 3],
                          #               [4, 0, 0]])

B.base is A               # True
```

- `A.copy()` liefert ein neues Array mit einer Kopie der Daten von `A` zurück.
- *Advanced Indexing* (siehe NumPy-Dokumentation) erzeugt immer eine Kopie.

dtype

- Anders als `list`, `tuple`, `dict` haben alle Einträge von NumPy-Arrays den selben Typ.
- `A.dtype` enthält den Typ der Einträge des Arrays `A`.
- Es gilt:

```
np.zeros(s).dtype         == np.float64
np.ones(s).dtype          == np.float64
np.eye(d).dtype           == np.float64
np.arange(s).dtype        == np.int64
np.array([1,2,3]).dtype   == np.int64
np.array([1.,2,3]).dtype  == np.float64
```

- **Achtung:**

```
v = np.arange(5)          # -> v == array([0, 1, 2, 3, 4], dtype=np.int64)
v[:] = v[:] / 2           # -> v == array([0, 0, 1, 1, 2], dtype=np.int64)
```

Array-Konstruktionen

- `np.hstack([A1, A2])`, `np.vstack([A1, A2])` erlauben es, NumPy-Arrays horizontal/vertikal zu neuen Arrays zusammenzufügen:

```
np.hstack([np.arange(3), np.ones(3)])  # -> array([0, 1, 2, 1, 1, 1])

np.vstack([np.arange(3), np.ones(3)])  # -> array([[0, 1, 2],
                                       #           [1, 1, 1]])
```

- `A.reshape(s)` erlaubt es, die Elemente eines Arrays in einem neuen Array anders anzuordnen:

```
A = np.arange(6)                       # -> A == array([0, 1, 2, 3, 4, 5])
B = A.reshape((2, 3))                  # -> B == array([[0, 1, 2],
                                       #                [3, 4, 5]])
B.base is A                            # -> True
```

  Achtung: Das Ergebnis von `reshape` is in der Regel ein View auf das Ursprungsarray.

- `A.ravel()` liefert ein eindimensionales Array mit den Elementen von `A`:

```
np.eye(2).ravel()                      # -> array([1, 0, 0, 1])
```

  Achtung: Das Ergebnis ist in der Regel ein View auf `A`.

Array-Achsen / Broadcasting

- Viele Funktionen von NumPy können auch entlang einer ausgewählten Dimension (Achse) des Arrays ausgeführt werden:

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6]])

np.sum(A)                       # -> 21
np.sum(A, axis=0)               # -> array([5, 7, 9])

np.argmax(A, axis=1)            # -> array([2, 2])
```

- I.d.R müssen Array-Dimensionen kompatibel sein. NumPy bläst aber bei Bedarf Achsen der Länge 1 durch Wiederholung auf die passende Länge auf:

```
A * np.array([1, 2, 3, 4])    # -> ValueError

A * 2                         # -> array([[2, 4, 6],
                              #           [8,10,12]])

A * np.array([1, 2, 3])       # -> array([[1, 4, 9],
                              #           [4,10,18]])
```

(Siehe **broadcasting** in der NumPy-Dokumentation.)

==, all und any

- `==`, `!=`, `<`, `<=`, `>`, `>=` operieren ebenfalls elementweise auf NumPy-Arrays:

```
v = np.array([1, 2, 3, 4])
w = np.array([1, 2, 5, 4])
v == w                          # -> array([True, True, False, True])
```

  Ein solches Array hat keinen eindeutigen Wahrheitswert, daher führt

```
if v == w:                      # -> Fehler! Wahrheitswert nicht eindeutig!
    print('Gleich')
```

  zu einem Fehler.

- `np.all(A)` ist `True`, wenn alle Elemente von `A` wahr sind.
  `np.any(A)` ist `True`, wenn mindestens ein Element von `A` wahr ist.

  Wir können also z.B. schreiben:

```
if np.all(v == w):
    print('alles gleich!')
```

Fingerübungen

- Stellen Sie folgende Matrix und folgenden Vektor als NumPy-Array dar:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 & 4 \\ 0 & 9 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Ersetzen Sie die erste Zeile von A durch v.
  Ersetzen sie die letzte Spalte von A durch $2v$.
- Berechnen Sie die ℓ^2-Norm von v.
- Finden Sie in der NumPy-Dokumentation einen Weg, $A^{-1} \cdot v$ zu berechnen.

Tag 5

Python-Anatomie: Datentypen (fortges.)

- `set` **(Menge, iterierbar)**

  Speichert (ungeordnete) Mengen von **Objekt-Referenzen** beliebiger Größe.
  Konstruktion über Mengen-Literale, z.B.

```
{1, 2, 3}                          # Menge mit drei Elementen
{1, 2, 1}                          # Menge mit zwei Elementen
{1, len('asdf'), 'a', [1, 2]}      # Mengen-Literale dürfen beliebe Ausdrücke
                                   # als Elemente enthalten
```

  Mittels `set(x)` kann aus den Elementen eines iterierbaren Objekts `x` eine Menge erzeugt werden, z.B.

```
set('foo')                         # -> {'f', 'o', 'o'}
```

  `set()` erzeugt eine leere Menge. Die Mächtigkeit einer Menge `s` erhalten wir mit `len(s)`.

  Die nützlichsten Methoden von `set`:

```
s.add(x)                           # -> x als Element hinzugefügt
s.update(s2)                       # -> Elemente von s2 hinzugefügt
s.intersection(s2)                 # -> Schnittmenge von s und s2
s.issubset(s2)                     # -> True, falls s Teilmenge von s2
s.isdisjoint(s2)                   # -> True, falls s und s2 disjunkt
```

Was ist wahr?

- `bool(x)` ordnet jedem Python-Objekt `x` einen Wahrheitswert zu.
- Es ist

```
if x:
    <Block>
```

  äquivalent zu

```
if bool(x):
    <Block>
```

  Wir können also z.B. schreiben:

```
s = input('Eingabe')
if s:
    print('wahr')
```

  Dabei wird ‘`wahr`’ ausgegeben, wenn `bool(s)` den Wahrheitswert `True` ergibt.

Was ist wahr? (fortges.)

- Jede Zahl außer `0` ist `True`:

```
bool(0)    == False
bool(0.)   == False
bool(7)    == True
bool(0.1)  == True
```

- Container sind `False` genau dann, wenn Sie leer sind:

```
bool([])       == False
bool('')       == False
bool({})       == False
bool([False]) == True
bool('False') == True
```

- `bool(None) == False`

Logische Operatoren

- `<Ausdruck1> or <Ausdruck2>`

  Auswertung:

  1. Werte `Ausdruck1` zu Objekt `o1` aus. Ergebnis ist `o1`, falls `bool(o1) == True`.
  2. Andernfalls werte `Ausdruck2` zu Objekt `o2` aus. Ergebnis ist `o2`.

  Diese Regel erlaubt Abkürzungen wie z.B.

  ```
  name = input('Ihr Name? ') or 'Namenloser'
  ```

  Es gilt stets:

  ```
  bool(<Ausdruck1> or <Ausdruck2>) == bool(<Ausdruck1>) or bool(<Ausdruck2>)
  ```

  Wie in der Mathematik ist `or` in Python ein inklusives Oder.

- `<Ausdruck1> and <Ausdruck2>`

  Auswertung:

  1. Werte `Ausdruck1` zu Objekt `o1` aus. Ergebnis ist `o1`, falls `bool(o1) == False`.
  2. Werte `Ausdruck2` zu Objekt `o2` aus. Ergebnis ist `o2`.

- `not <Ausdruck>`

  Auswertung: Werte `Ausdruck` zu Objekt `o` aus. Ergebnis ist `True`, falls `bool(o) == False`, sonst `True`.

Inplace-Operatoren

- Python hat ‘inplace’-Varianten der arithmetischen Operatoren `+`, `-`, `*`, `/`, `//`, nämlich `+=`, `-=`, `*=`, `/=`, `//=`.

- Für unveränderliche (immutable) Typen wie `int`, `float`, `str`, `tuple` sind diese Methoden dabei so implementiert, dass gilt
  - `x += y` ist äquivalent zu `x = x + y`
  - `x -= y` ist äquivalent zu `x = x - y`
  - `x *= y` ist äquivalent zu `x = x * y`
  - `x /= y` ist äquivalent zu `x = x / y`
  - `x //= y` ist äquivalent zu `x = x // y`

- Für veränderliche Typen wie `list`, `numpy.ndarray` wird hingegen das jeweilige Objekt `x` **verändert**!
  Für Listen `l`,`l2` ist z.B. die Anweisung `l += l2` äquivalent zu `l.extend(l2)`.

Optionale Argumente

- In

```
def f(a, b=42):
    return a - b
```

  ist `b` ein optionales Argument welches, wenn nicht beim Aufruf angegeben, den Wert `42` hat:

```
f(50, 1)                    # -> 49
f(50)                       # -> 8
```

- Die Argumente einer Funktion können beim Aufruf auch mit Namen spezifiziert werden (**keyword argument**):

```
f(b=1, a=50)                # -> 49
```

  Dies ist besonders nützlich, wenn die Funktion viele optionale Argumente hat.

- Die Funktion

```
def g(*args, **kwargs):
    print(args, kwargs)
```

  nimmt beliebig viele (keyword) Argumente and, die in `g` in der Liste `args` und dem Dictionary `kwargs` verfügbar sind:

```
g(1, 2, 3, a=4, b=5)        # -> Ausgabe: [1, 2, 3] {'a': 4, 'b': 5}
```

Tuple unpacking

- Folgende Syntax erlaubt es, die Elemente eines Tupels / einer Liste schnell mehreren Namen zuzuweisen:

```
a, b, c = [1, 2, 3]              # -> a == 1, b == 2, c == 3
```

- Bei Tupeln können oft die Klammern weggelassen werden. Insbesondere können wir so leicht die Werte zweier Namen vertauschen:

```
a, b = b, a
```

- Dies ist auch nützlich, wenn eine Funktion mehrere Rückgabewerte hat:

```
def summe_produkt(a, b):
    return a + b, a * b

s, p = summe_produkt(2, 3)       # -> s == 5, p == 6
```

List- und Dictionary-Comprehensions

- Anstelle von

```
l = []
for x in l2:
    l.append(f(x))
```

können wir auch eine kürzere **List-Comprehension** verwenden:

```
l = [f(x) for x in l2]
```

- Das geht ähnlich auch für Dictionaries:

```
d = {x: x**2 for x in range(4)}  # -> d == {0: 0, 1: 1,
                                 #           2: 4, 3: 9}
```

Funktionsgraphen mit `matplotlib`

Mit `matplotlib` lässt sich eine Vielzahl von Datenvisualisierungen erstellen.

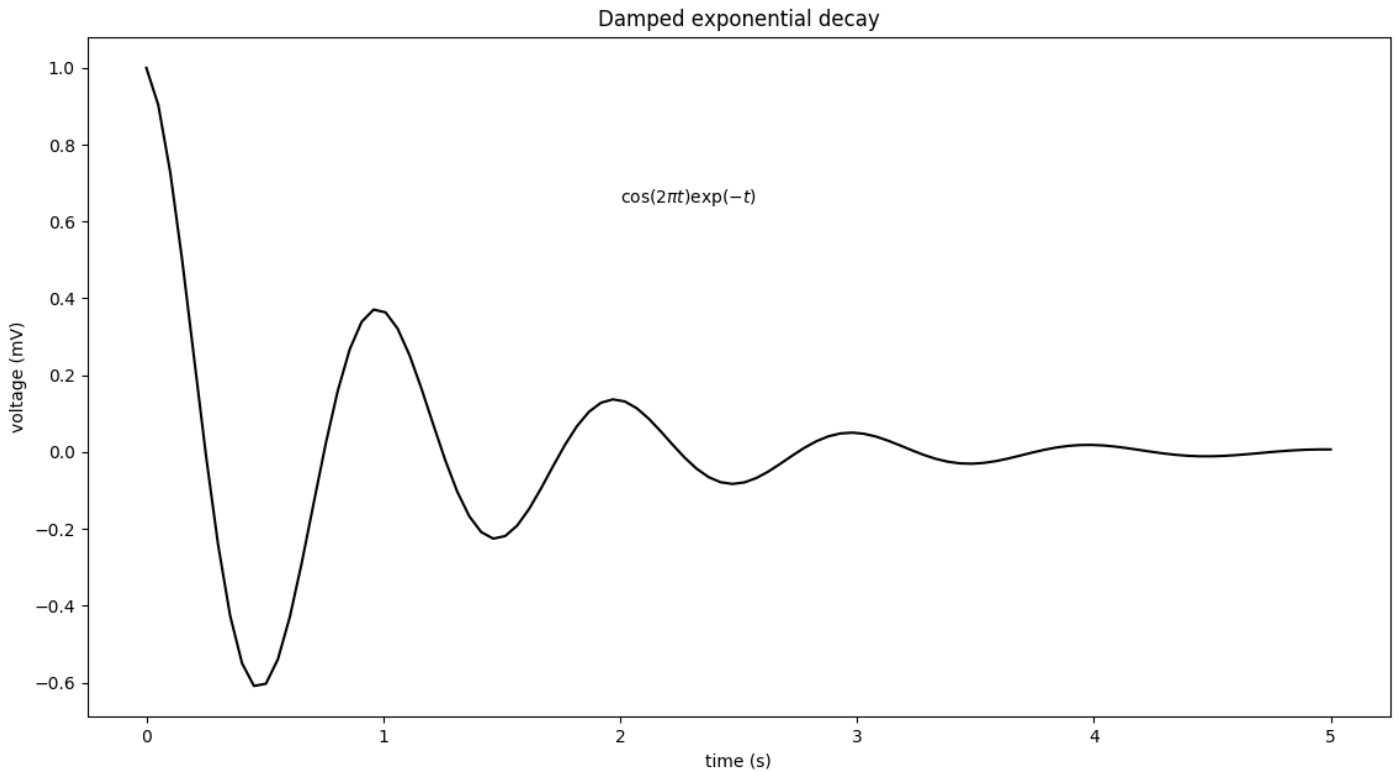
Ein Beispiel:

decay.py

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3
4  x = np.linspace(0.0, 5.0, 100)
5  y = np.cos(2 * np.pi * x) * np.exp(-x)
6
7  plt.plot(x, y, 'k')
8  plt.title('Damped exponential decay')
9  plt.text(2, 0.65, r'$\cos(2 \pi t) \exp(-t)$')
10 plt.xlabel('time (s)')
11 plt.ylabel('voltage (mV)')
12 plt.show()
```

Funktionsgraphen mit `matplotlib`

Das Ergebnis:



Mehr Beispiele unter `https://matplotlib.org/gallery.html`

Einige wichtige Erweiterungsmodule

- `SciPy`: Mehr numerische Algorithmen, Sparse-Matrizen
- `Pandas`: Statistische Datenanalyse ähnlich zu `R`
- `SymPy`: Computer Algebra mit Python
- `pillow`, `scikit-image`: Bildbearbeitung
- `scikit-learn`: Machine Learning
- `keras`: Neuronale Netze
- `jupyter`: interaktive Python-Notebooks im Webbrowser
- `...`

Was sonst noch fehlt

- Benutzerdefinierte Typen (class-Anweisung)
- Dekoratoren
- Metaklassen
- Exceptions
- Closures
- Context Manager
- Generatoren
- Speicherverwaltung: Reference Counting und Garbage Collection
- ...

Zusammenfassung

Zusammenfassung, Teil 1

Grundlegende Datentypen:

- Zahlen in $\mathbb{Z}$: `int` `-1, 0, int('3')`
- Zahlen in $\mathbb{R}$: `float` (approximativ) `-1.3, 3e-5, float('3.5')`
- Zeichenketten: `str` `'Wort', 'Ein ganzer Satz!', "Noch einer", str(4)`
- Wahrheitswerte: `bool` `True, False, bool('r')`

Arithmetische Operatoren:

- `+`, `-`, `*`, `/`
- Ganzzahl Division: `//` (z.B. `3 // 2 == 1`)
- Modulo Operator: `%` (z.B. `5 % 2 == 1`)

Zusammengesetzte Datentypen (Container):

- Listen von beliebigen Objekten: `list` `[1], [2, 'foo', 4 + 3]`
- Dictionary: `{'Teilnehmer': 13, 'Fenster': 7}`

Methoden von Objekten:

- `'schrei mich nicht an'.upper()` `# 'SCHREI MICH NICHT AN'`
- `[1, 2, 3].append('Foo')` `# [1, 2, 3, 'Foo']`

Zusammenfassung, Teil 2

Die `while`-Anweisung zur Wiederholung, bis . . . (Vorsicht: Endlos-Schleife!):

```
x = -200
while x < -10 or x > 10:
    x = uniform(-100, 100)
print(x)                        # x is now between -10 and 10
```

Die `for` Schleife zum Iterieren über alle Elemente:

```
for element in [1, 3, 'Foo']:    |   for factor, exponent in {2: 1, 17: 2, 23: 3}:
    print(element)               |       print(factor, exponent)
```

(Zähl-)Schleifen:

```
i = 0                    |
while i < 10:            |          for i in range(10):
    print(i)             |              print(i)
    i = i + 1            |
```

Zusammenfassung, Teil 3

Vergleichs-Operatoren:

- `==`, `!=`, `<`, `<=`, `>`, `>=`

Interaktive Eingaben einlesen:

- `x = int(input('Zahl: '))`

Die `if`-Anweisung:

```
if x < 0:
    print('Negativ!')
elif x == 17:
    print('Was für eine Zahl!')
else:
    print('Das darf nicht wahr sein!')
```

Zusammenfassung, Teil 3

Bestehende Funktionalität aus Modulen nutzen:

```
from random import uniform
print('A random nummer: ', uniform(0, 1))

import math as m
print(m.sin(m.pi))
```

Kommandozeilenargumente entgegen nehmen:

```
import sys                                          # python3 hallo.py 1.5 Hey
print('Name: ', sys.argv[0])                        # Name: hallo.py
print('Anzahl Argumente: ', len(sys.argv) - 1)      # Anzahl Argumente: 2
for i in range(1, len(sys.argv)):                   # Argument 1: 1.5
    print('Argument ', i, ': ', sys.argv[i])        # Argument 2: Hey
```

Zusammenfassung, numpy

```
import numpy as np
```

1-dimensionale Arrays: Vektoren

- `v = np.array([1, 2, 3])` $\in \mathbb{Z}^3$

```
print(v.ndim) # 1
print(len(v)) # 3
```

- `w = np.zeros(17)` $\in \mathbb{R}^{17}$

2-dimensionale Arrays: Matrizen

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6]])
print(A.ndim)             # 2
print(A.shape)            # (2, 3)

zeilen, spalten = A.shape

B = np.eye(3) # [[1, 0, 0],
              #  [0, 1, 0],
              #  [0, 0, 1]]
```

Zusammenfassung, numpy (forges.)

Arithmetische Operationen agieren elementweise!

```
A = np.array([[1, 2, 3],
              [4, 5, 6]])

print(A * 2) # [[2, 4, 6],
             #  [8, 10, 12]]
```

Matrix-Vektor-Produkt und inneres Produkt (Skalarprodukt):

```
A.dot(v)
v.dot(v)
```

Vielen numpy Funktionen agieren elementweise: `np.sin(A)` verhält sich wie

```
import math as m

np.array([[m.sin(1), m.sin(2), m.sin(3)],
          [m.sin(4), m.sin(5), m.sin(6)]])
```

Slicing gibt ein *View* zurück, mit dem das ursprüngliche Array verändert wird:

```
B = A[:2, :2]
B[:] = 0

print(A)   # [[0, 0, 3],
           #  [0, 0, 6]]
```

Zusammenfassung, `numpy` (forges.)

`numpy` enthält nützliche Funktionen . . .

- `np.sin`, `np.exp`, `np.sqrt`, . . .
- `np.max(A)`, `np.argmax(A)`
- `np.linalg.norm(A)`
- `np.linalg.inv(A)`

. . . und noch viel mehr!

Funktionen und Funktionsgraphen

siehe Transskript